Sistemas difusos

Cómo las máquinas imitan el razonamiento impreciso humano

Alberto J. Bugarín Diz

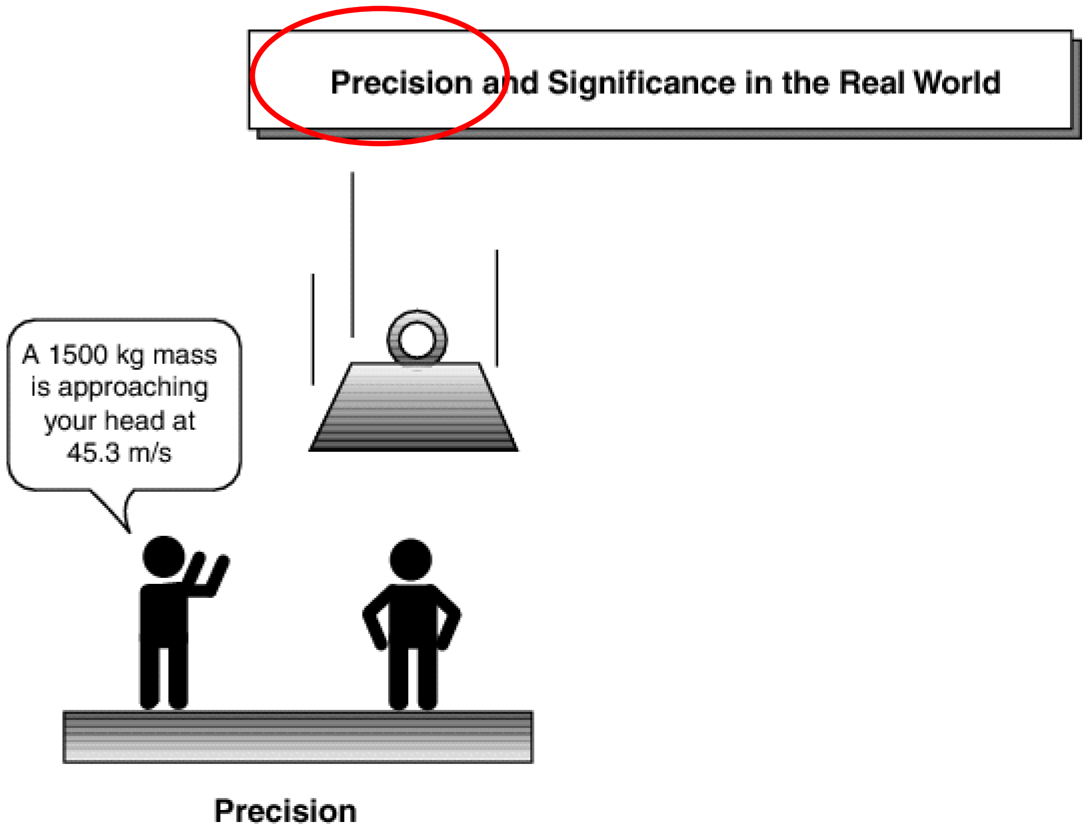
Centro Singular de Investigación en Tecnoloxías da Información

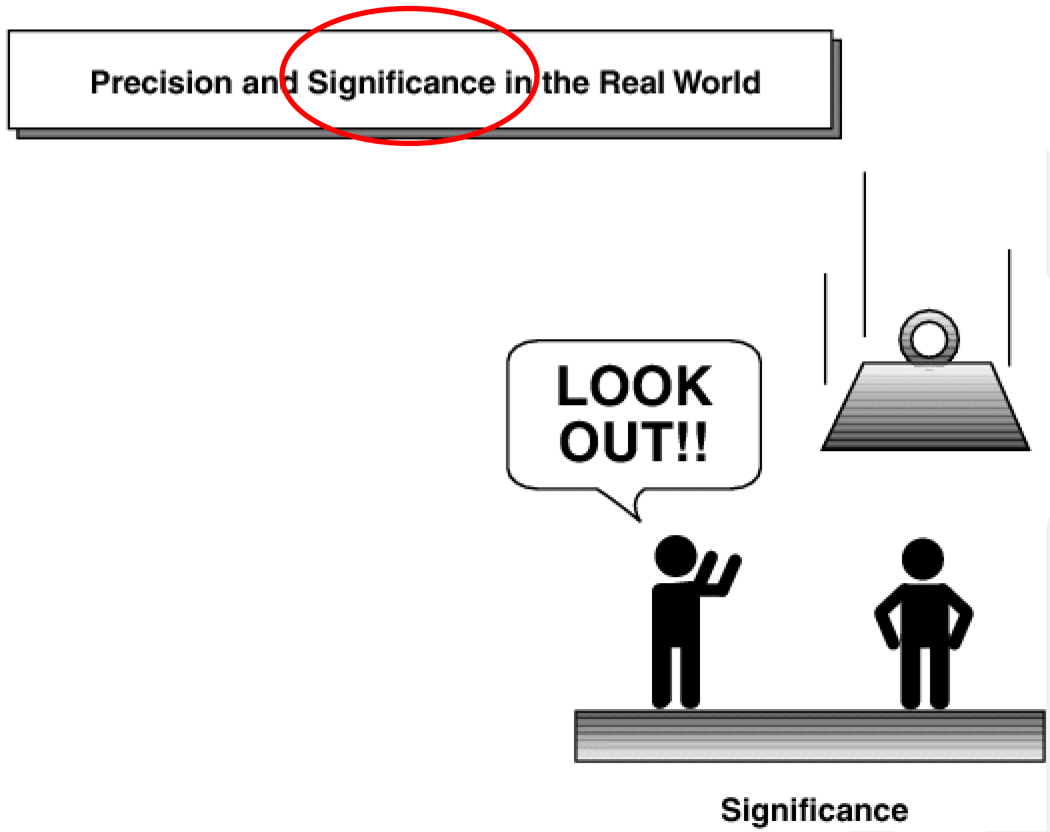
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

citius.usc.es

EVIA - Escuela de Verano AEPIA

A Coruña, 3-5 septiembre 2014


Precision and Significance in the Real World
A 1500 kg mass is approaching your head at 45.3 m/s
Precision


Precision and Significance in the Real World
LOOK OUT!!
Significance

- Principio de incompatibilidad:

“A medida que crece la complejidad de un sistema, nuestra capacidad para elaborar sentencias <u>precisas y significativas</u> acerca de su comportamiento disminuye,

hasta que se alcanza un umbral mas allá del cual la <u>precisión y la significancia</u> se convierten en características mutuamente exclusivas”

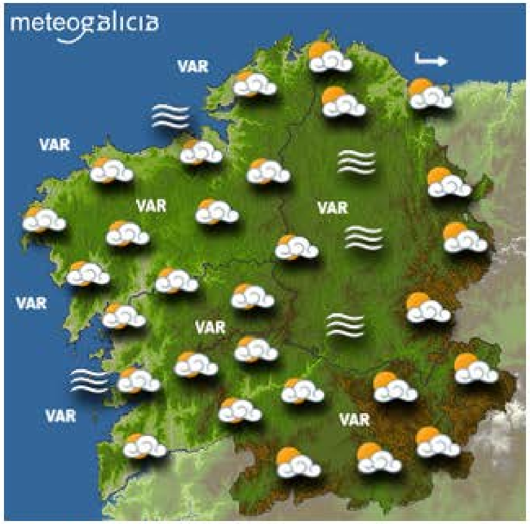
Tomado de L. Magdalena (ECSC)

- En cualquier conversación cotidiana incluimos un buen número de términos vagos o imprecisos, sin los cuales la comunicación se convertiría en algo tedioso e improductivo

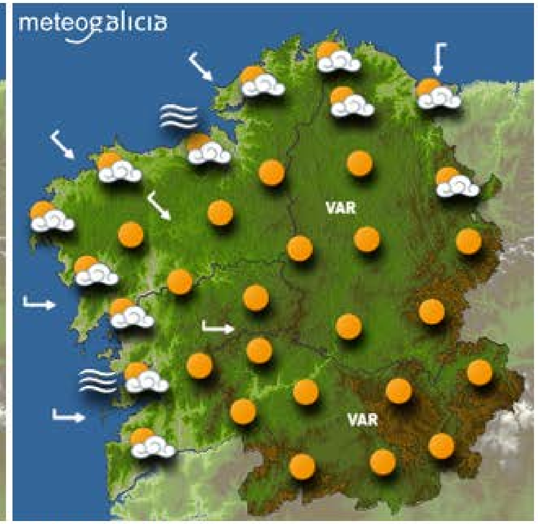
Ejemplo: “esta mañana, cuando venía hacía aquí, me encontré un calor sofocante que me hizo sudar como nunca”

- La vaguedad de los términos es una herramienta útil para “compactar“ información y transmitirla correctamente.
  - Resulta adecuada e informativa para los seres humanos
  - Debe ser representada y modelada en aquellos sistemas que traten de utilizar conocimiento humano

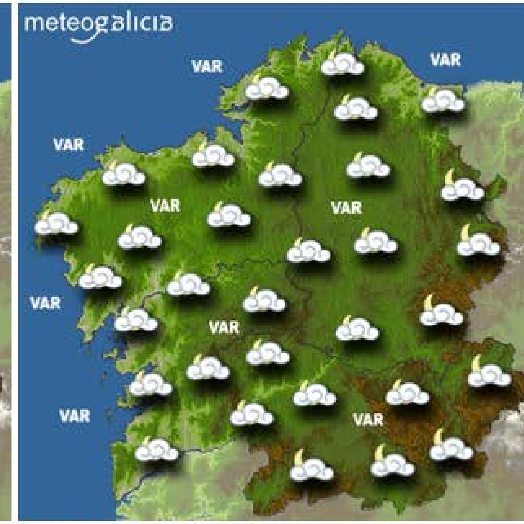
Mapas de predicción para el jueves, 04 de septiembre de 2014



Mañana (6-14 H)



Tarde (14-21 H)

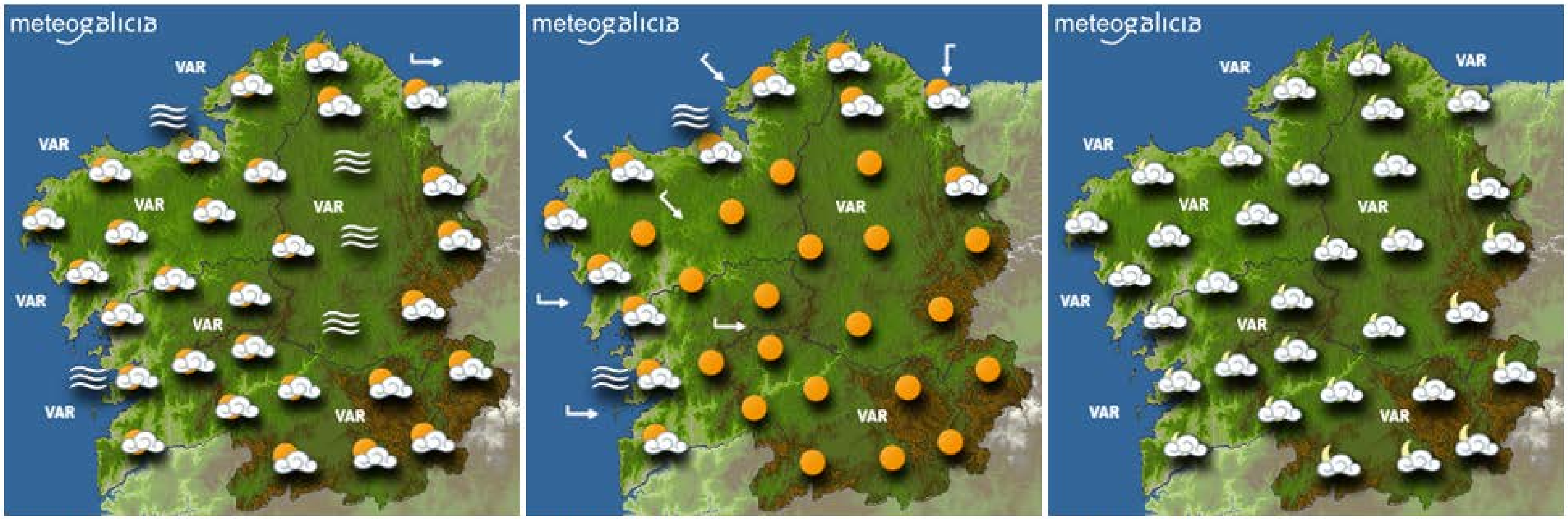


Noche (21-6 H)

FECHA DE PREDICCIÓN	sábado, 06 de septiembre	domingo, 07 de septiembre	lunes, 08 de septiembre	martes, 09 de septiembre	miércoles, 10 de septiembre
Estado del cielo					
Viento	VAR	VAR	VAR	VAR	VAR
Probabilidad de ocurrencia de lluvia	10%	25%	25%	15%	30%
Temperaturas (°C)	MIN 15° MAX 26°	MIN 15° MAX 26°	MIN 16° MAX 26°	MIN 15° MAX 26°	MIN 15° MAX 26°
Comentario para Galicia	La tendencia cara al fin de semana es de acercamiento de las bajas presiones por el atlántico que irán aportando humedad e incluso con posibilidad de lluvias en la franja atlántica. Las temperaturas seguirán suaves con valores normales para la época del año.				
Fecha de actualización	02/09/2014 12:00				

CiTIUS

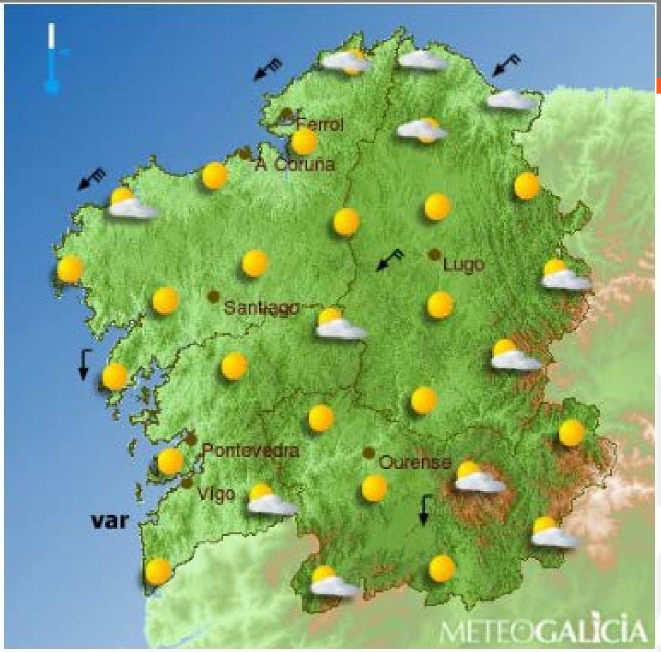
Mapas de predicción para el jueves, 04 de septiembre de 2014



Mañana (6-14 H) | Tarde (14-21 H) | Noche (21-6 H)

FECHA DE PREDICCIÓN	sábado, 06 de septiembre	domingo, 07 de septiembre	lunes, 08 de septiembre	martes, 09 de septiembre	miércoles, 10 de septiembre
Estado del cielo					
Viento	VAR	VAR	VAR	VAR	VAR
Probabilidad de ocurrencia de lluvia	10%	25%	25%	15%	30%
Temperaturas (°C)	MIN 15° MAX 26°	MIN 15° MAX 26°	MIN 16° MAX 26°	MIN 15° MAX 26°	MIN 15° MAX 26°
Comentario para Galicia	La tendencia cara al fin de semana es de acercamiento de las bajas presiones por el atlántico que irán aportando humedad e incluso con posibilidad de lluvias en la franja atlántica. Las temperaturas seguirán suaves con valores normales para la época del año.				
Fecha de actualización	02/09/2014 12:00				

Mañá



Tarde

Estado do Ceo

Bancos de néboa matinais en zonas do interior que darán paso a ceos con poucas nubes en xeral pola mañá, agás no norte de Lugo onde haberá intervalos nubosos. As últimas horas irán entrando nubes de tipo medio e alto dende o norte.

Néboas

Bancos de néboa matinais en comarcas do interior.

Temperatura

Temperaturas sen cambios significativos, con descensos puntuais no terzo norte e lixeiros repuntes no sector máis sur de Galicia.

Vento

Vento do nordés na metade norte, moderado no litoral, con refachos fortes entre Bares e Fisterra e entre frouxo e moderado no resto; en Pontevedra e Ourense predominarán os momentos de calma, con réxime de brisas nas Rías Baixas.

Representación y gestión de la incertidumbre:

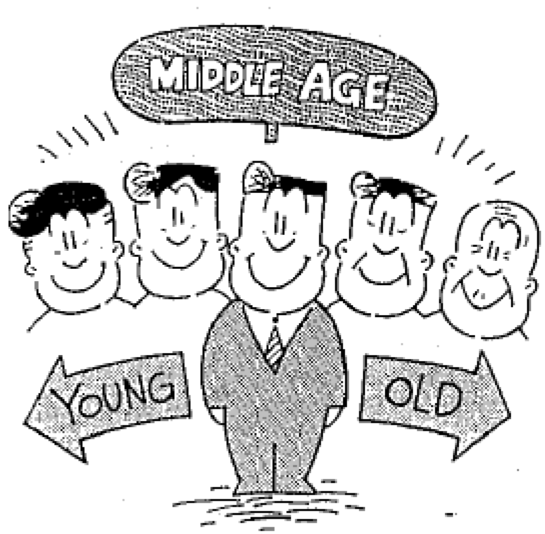
- Términos con definición no totalmente precisa

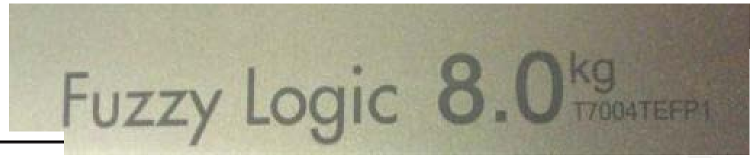
Lógica y predicados clásicos ("crisp") restrictivos

- Los predicados no solo pueden ser V/F

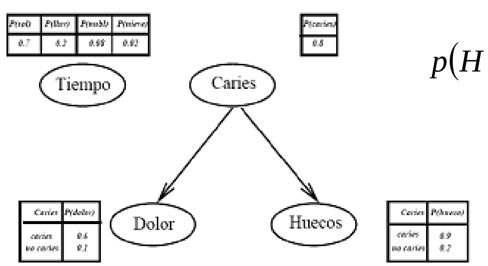
Algunos modelos:

- Probabilísticos: redes causales, bayesianas
- Evidenciales: teoría Dempster-Shafer
- Borrosos: Fuzzy Logic





Ejemplo de red bayesiana (Russell y Norvig)



$p(H/C)$

B / A	H3:0.8	H4:0.2
H1:0.6	H1∩H3 0.48	H1∩H4 0.12
H2:0.4	H2∩H3 0.32	H2∩H4 0.08

$$Creencia(C) = \sum_{D|D\subseteq C} m(D)$$

$$Verosimilitud(C) = \sum_{D|D\cap C\neq\emptyset} m(D)$$

Turbo Drum

Lavado Inteligente. Después de presionar el botón de inicio, i-sensor automáticamente recolecta la información esencial de las condiciones, incluyendo la presión de agua, temperatura y cantidad de detergente, comunicandolo al control para optimizar el lavado y drenado.

Ahorra Energía

Ahorra energía hasta un 10%.

Metro Sendai City, 1987

Helicóptero no tripulado, 1988-1996

Centro de Automática y Robótica, CSIC, 1998-

Esquema

1. Los fundamentos: de la computación con números a la computación con palabras (y sus significados):
    1. Conjuntos nítidos y predicados nítidos
    2. Conjuntos borrosos y predicados borrosos
2. Computación con palabras:
    1. Variable lingüística
    2. Relaciones
3. Razonando con frases imprecisas
4. Y aplicando el razonamiento:
    1. Software de demostración
    2. Aplicaciones del mundo real

De la CWN a la CWW (y la CWM)

INFORMATION AND CONTROL 8, 338-353 (1965)

Fuzzy Sets*

L. A. Zadeh

Department of Electrical Engineering and Electronics Research Laboratory, University of California, Berkeley, California

A fuzzy set is a class of objects with a continuum of grades of membership. Such a set is characterized by a membership (characteristic) function which assigns to each object a grade of membership ranging between zero and one. The notions of inclusion, union, intersection, complement, relation, convexity, etc., are extended to such sets, and various properties of these notions in the context of fuzzy sets are established. In particular, a separation theorem for convex fuzzy sets is proved without requiring that the fuzzy sets be disjoint.

I. INTRODUCTION

More often than not, the classes of objects encountered in the real physical world do not have precisely defined criteria of membership. For example, the class of animals clearly includes dogs, horses, birds, etc. as its members, and clearly excludes such objects as rocks, fluids, plants, etc. However, such objects as starfish, bacteria, etc. have an ambiguous status with respect to the class of animals. The same kind of ambiguity arises in the case of a number such as 10 in relation to the "class" of all real numbers which are much greater than 1.

Clearly, the "class of all real numbers which are much greater than 1," or "the class of beautiful women," or "the class of tall men," do not constitute classes or sets in the usual mathematical sense of these terms. Yet, the fact remains that such imprecisely defined "classes" play an important role in human thinking, particularly in the domains of pattern recognition, communication of information, and abstraction.

The purpose of this note is to explore in a preliminary way some of the basic properties and implications of a concept which may be of use in

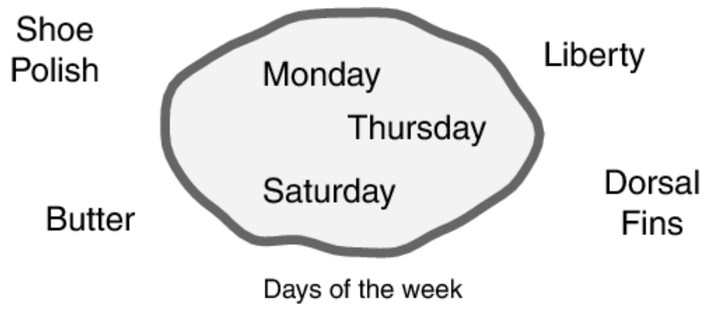
* This work was supported in part by the Joint Services Electronics Program (U.S. Army, U.S. Navy and U.S. Air Force) under Grant No. AF-AFOSR-139-64 and by the National Science Foundation under Grant GP-2413.

338

De la CWN a la CWW (y la CWM)

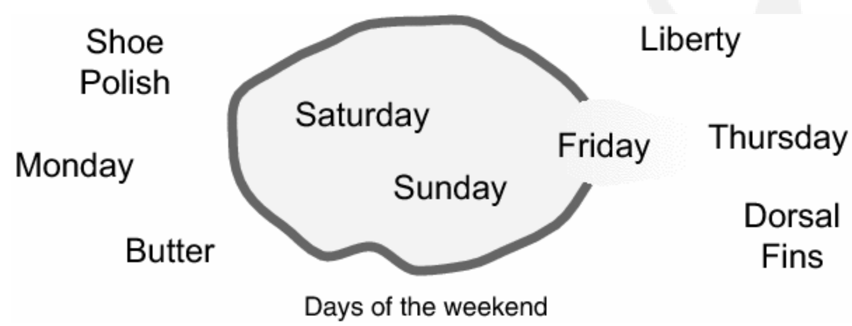
Representación en extensión:

Conjunto nítido:



Conjunto

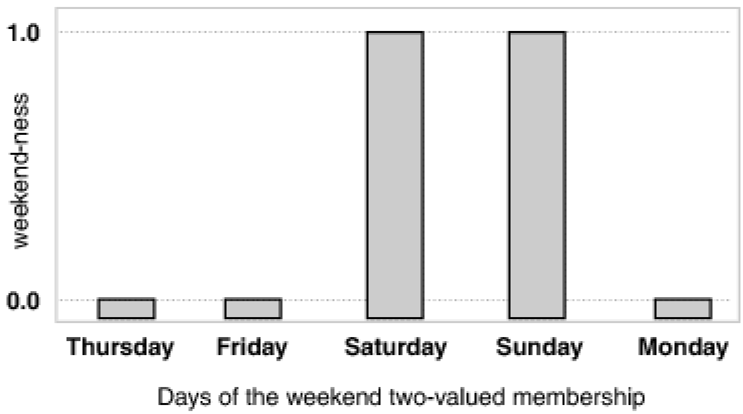
Borroso:



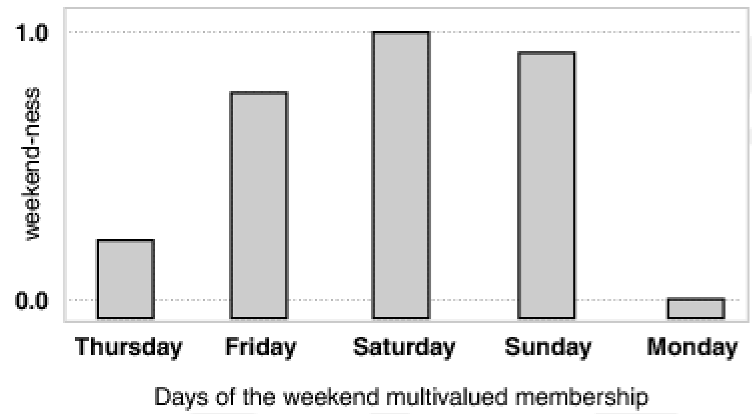
De la CWN a la CWW (y la CWM)

Otra representación: función característica o de pertenencia

Conjunto nítido:



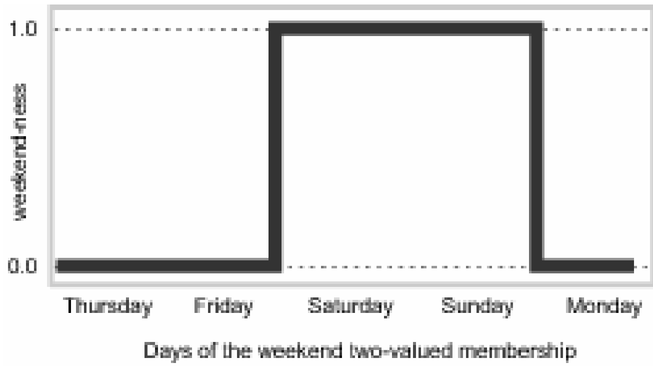
Conjunto Borroso:

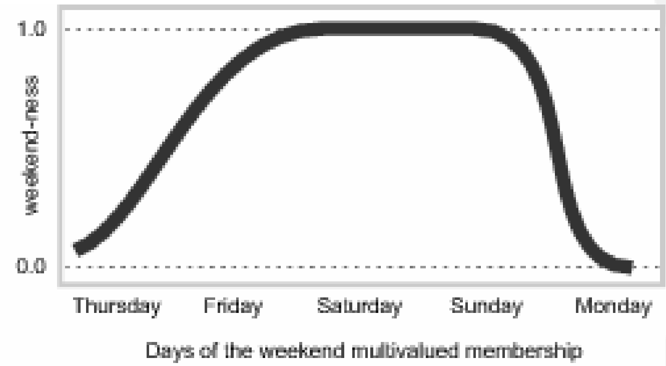


De la CWN a la CWW (y la CWM)

Otra representación

Conjunto nítido: Conjunto Borroso:





$$\mu_P : X \to \{0,1\}$$

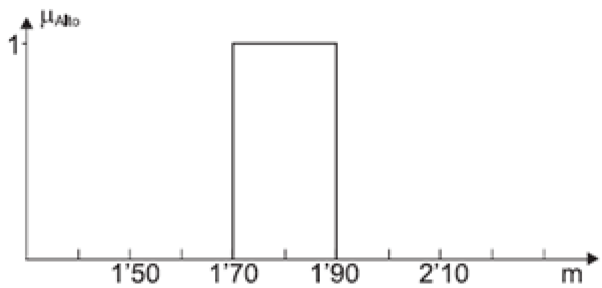
$$\mu_P : X \to [0,1]$$

$$\mu_P(x) = \begin{cases} 1 & \Leftrightarrow u \in P \\ 0 & \Leftrightarrow u \notin P \end{cases}$$

$$\mu_P(x) = ????????$$

De la CWN a la CWW (y la CWM)

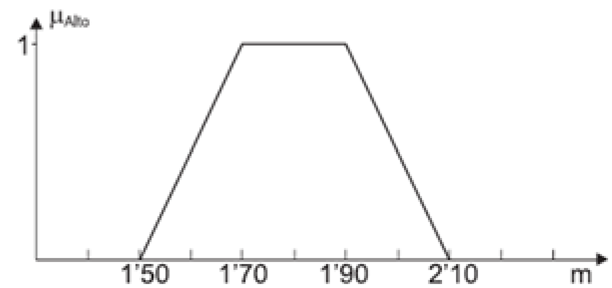
Conjunto nítido:



$$\mu_{ALTO} : X \rightarrow \{0,1\}$$

$$\mu_{ALTO}(x) = \begin{cases} 0 & si \quad u < 1{,}70m \\ 1 & si \quad 1{,}70m \le u \le 1{,}90m \\ 0 & si \quad 1{,}90m < u \end{cases}$$

Conjunto Borroso:

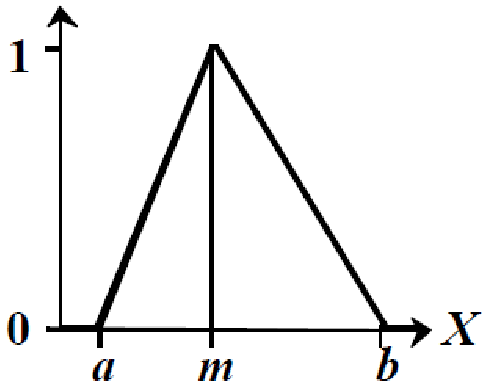


$$\mu_{ALTO} : X \rightarrow [0,1]$$

$$\mu_{ALTO}(x) = \begin{cases} 0 & si \quad u < 1{,}50m \\ ?? & si \quad 1{,}50m \le u \le 1{,}70m \\ 1 & si \quad 1{,}70m \le u \le 1{,}90m \\ ?? & si \quad 1{,}90m \le u \le 2{,}10m \\ 0 & si \quad 2{,}10m < u \end{cases}$$

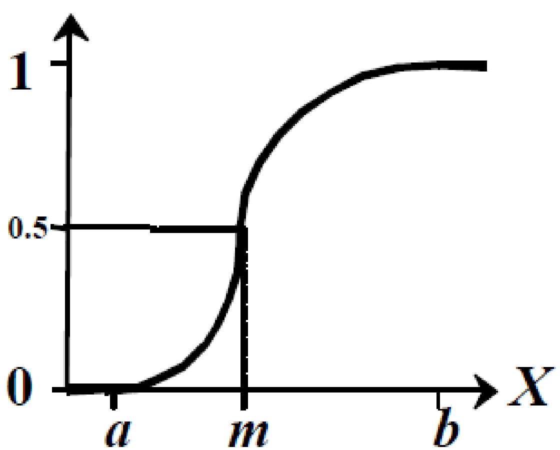
De la CWN a la CWW (y la CWM)

Triangular



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \textbf{si } x \le a \\ (x-a)/(m-a) & \textbf{si } x \in (a, m] \\ (b-x)/(b-m) & \textbf{si } x \in (m, b) \\ 0 & \textbf{si } x \ge b \end{cases}$$

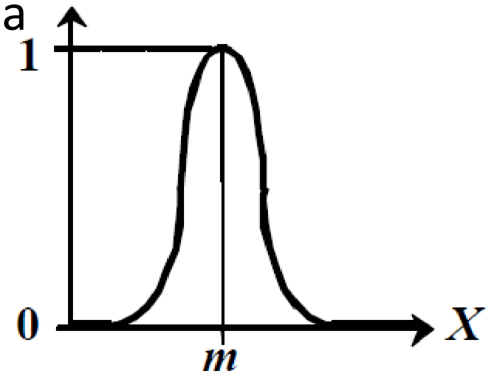
Función S



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \textbf{si } \; x \le a \\ 2\,\{(x-a)/(b-a)\}^2 & \textbf{si } \; x \in (a, m] \\ 1 - 2\,\{(x-b)/(b-a)\}^2 & \textbf{si } \; x \in (m, b) \\ 1 & \textbf{si } \; x \ge b \end{cases}$$

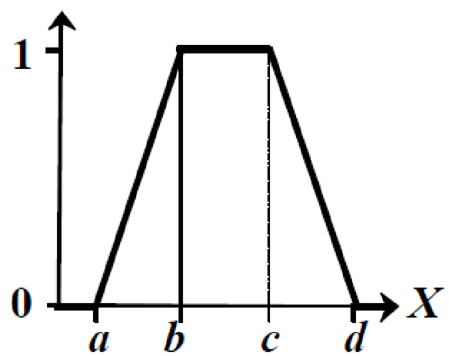
De la CWN a la CWW (y la CWM)

Gaussiana



$$\mu_A(x) = e^{-k(x-m)^2}$$

Trapezoidal



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \textbf{si} \quad (x \le a) \ \textbf{o} \ (x \ge d) \\ (x-a)/(b-a) & \textbf{si} \quad x \in (a,b] \\ 1 & \textbf{si} \quad x \in (b,c) \\ (d-x)/(d-c) & \textbf{si} \quad x \in (b,d) \end{cases}$$

De la CWN a la CWW (y la CWM)

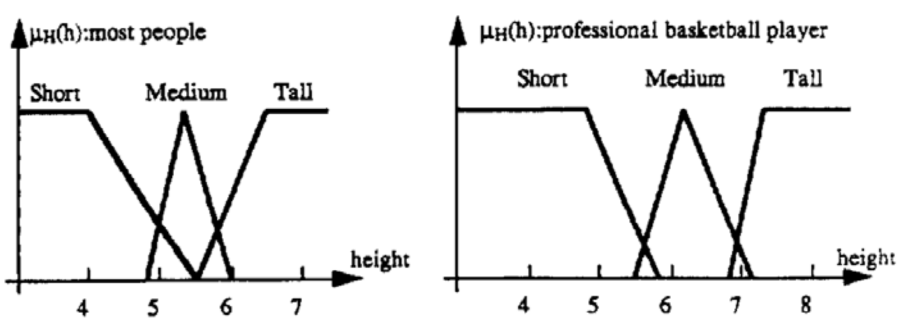
La definición nítida es siempre unívoca:

Ejemplo:	números pares	temperaturas >35ºC
	{2, 4, 6, 8, 10, ...}	(35, ∞)

La definición borrosa es siempre una cuestión de contexto:

- acuerdo (o votación)
- “sentido común”

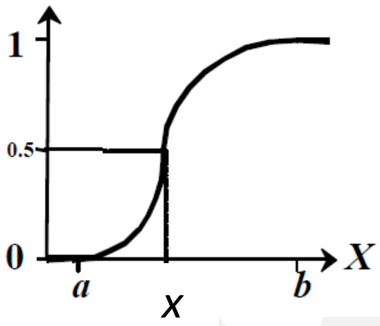
Ejemplo:	números pequeños	temperaturas altas
	¿10?	¿40ºC?



De la CWN a la CWW (y la CWM)

Y tiene una semántica, más allá de la mera noción de pertenencia:

$$\mu_{ALTO}(x) = 0.5$$



En realidad, al menos tres semánticas:

- Similitud a un prototipo: en que medida una estatura *x* determinada **coincide con** o **se aparta del prototipo** de "alto"
- **Ordenación** de las estaturas *x*: *x*1 es mas/menos alto que *x*2
- Teoría de la posibilidad: dado "alto" como restricción (o información disponible), mide el **grado de posibilidad** de que una determinada estatura *x* sea "alto"

De la CWN a la CWW (y la CWM)

Operaciones sobre **conjuntos nítidos**

Referencial U: [1, 50]
A: [1, 20]
B: [15, 50]

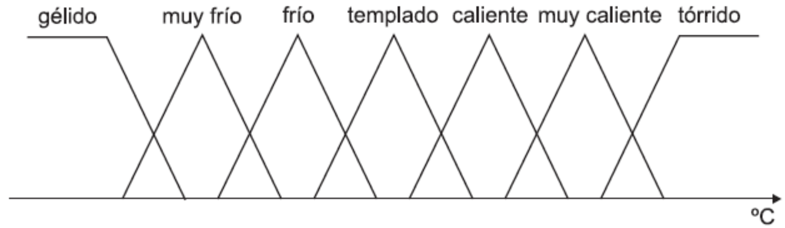
$$\overline{A} = \{u \in U : \; u \notin A\} \qquad \mu_{\overline{A}}(u) = 1 - \mu_A(u) \qquad \overline{A}:(20, \; 50]$$

$$A \cap B = \{u \in U : \; u \in A \; y \; u \in B\} \qquad \mu_{A \cap B}(u) = min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \qquad A \cap B:[15, \; 20]$$

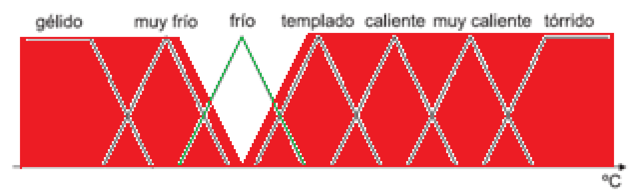
$$A \cup B = \{u \in U : \; u \in A \; o \; u \in B\} \qquad \mu_{A \cup B}(u) = max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \qquad A \cup B:[1, \; 50]$$

De la CWN a la CWW (y la CWM)

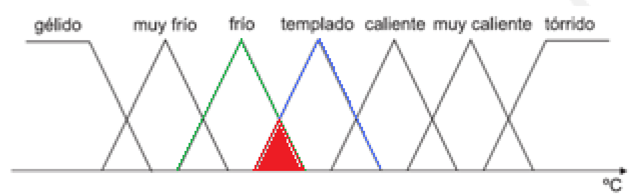
Operaciones sobre **conjuntos borrosos**



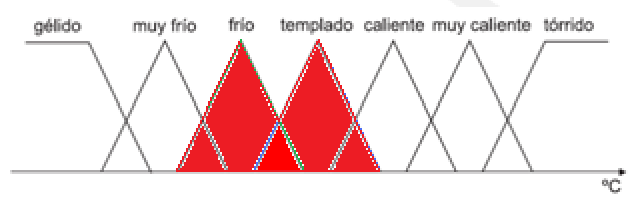
$$\mu_{\overline{A}}(u) = 1 - \mu_A(u)$$



$$\mu_{A \cap B}(u) = min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$$



$$\mu_{A \cup B}(u) = max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$$



De la CWN a la CWW (y la CWM)

Isomorfismo entre **conjuntos** y **predicados**: álgebras de Boole

Tabla 1.1: Propiedades de las álgebras de Boole.

Idempotencia:	$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
Conmutativa:	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
Asociativa:	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
Absorción:	$A \cup (A \cap B) = A$	$A \cap (A \cup B) = A$
Distributiva:	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
Identidad:	$A \cup \emptyset = A$	$A \cap U = A$
Complemento:	$A \cup \overline{A} = U$	$A \cap \overline{A} = \emptyset$
De Morgan:	$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$
Involución:	$\overline{\overline{A}} = A$	

Isomorfía:

$x \in \{2,4,6,8,10,\ldots\}$ $\leftrightarrow$ "x es par"

$\mu_{PAR}(x) = 1$ $\leftrightarrow$ "x es par" es CIERTO

De la CWN a la CWW (y la CWM)

Que incluye los operadores lógicos:

$$\overline{A} = \{u \in U : \ u \notin A\}$$

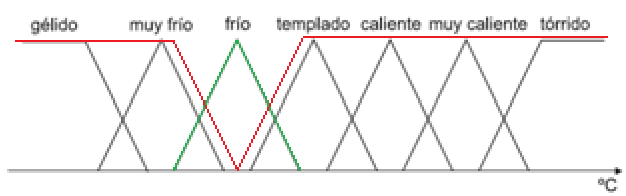
↔"x es no A" NEGACIÓN

$$A \cap B = \{u \in U : \ u \in A \ y \ u \in B\}$$

↔"x es A y B" CONJUNCIÓN

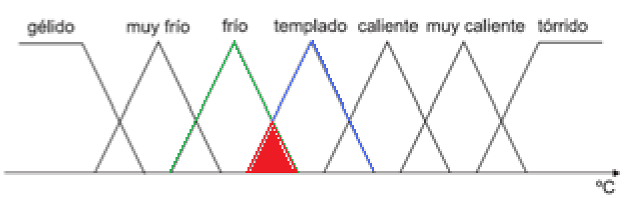
$$A \cup B = \{u \in U : \ u \in A \ o \ u \in B\}$$

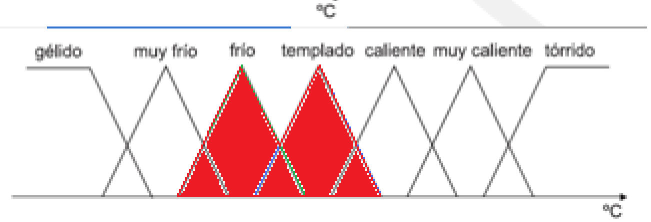
↔"x es A o B" DISYUNCIÓN



No frío

Frío y templado





Frío o templado

De la CWN a la CWW (y la CWM)

En el caso borroso…

no hay Álgebra de Boole ☹

pero hay muchos posibles operadores

$$\mu_{\overline{A}}(u) = n(\mu_A(u))$$

$$\mu_{A \cap_T B}(u) = T(\mu_A(u), \mu_B(u))$$

$$\mu_{A \cup_S B}(u) = S(\mu_A(u), \mu_B(u))$$

que pueden definirse a partir de axiomas, que establecen su “buen comportamiento” o sus “propiedades deseables”

De la CWN a la CWW (y la CWM)

Tan solo como ejemplo… la **negación**

$$n(0) = 1 \text{ y } n(1) = 0$$

$$\forall x, y \in [0,1],\ x \le y \Rightarrow n(x) \ge n(y)$$

p	n(p)
0	1
1	0

$$n(x) = 1 - x \quad \Rightarrow \quad n(x) = \frac{1-x}{1+\lambda x}$$

$$n(x) = \sqrt{1 - x^2}$$

De la CWN a la CWW (y la CWM)

También para la…

CONJUNCIÓN	DISYUNCIÓN
t-normas	t-conormas

$$T_Z(x,y) = min(x,y) \quad S_Z(x,y) = max(x,y)$$

$$T_G(x,y) = xy \quad S_G(x,y) = x + y - xy$$

$$T_L(x,y) = max(x+y-1,0) \quad S_L(x,y) = min(x+y,1)$$

Zadeh

Goguen

Lukasiewicz

Proporcionan una semántica diferente:

valores numéricos distintos

diferentes propiedades

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

De la CWN a la CWW (y la CWM)

Fuzzy Logic = Computing with Words

Lotfi A. Zadeh, *Life Fellow, IEEE*

CW es una metodología en la que la computación se realiza con palabras en lugar de números (Zadeh, 1996)

Variable lingüística (Zadeh, 1975)

5-tupla (V, L, U, G, M)

• V: variable.	Temperatura
• $L=\{L_1,\ldots,L_n\}$ valores lingüísticos	"Frío", "Poco Templado", "Algo Caliente", …
• U: universo de discurso	[-30, 250] (ºC)
• G: gramática	Genera los L_i
• Términos base o primarios	"Frío", "Templado", "Caliente"
• Modificadores de los valores	"Más o menos", "Algo", "Muy", …
• Conectivos lógicos	Y, O, NO
• Otros operadores	Antónimo, Intensificación/Difuminación, Mayor que, …
• M: reglas semánticas	Significado de L_i mediante conjuntos borrosos
	$M: L \rightarrow P(U)$

De la CWN a la CWW (y la CWM)

Ejemplo: la temperatura es alta

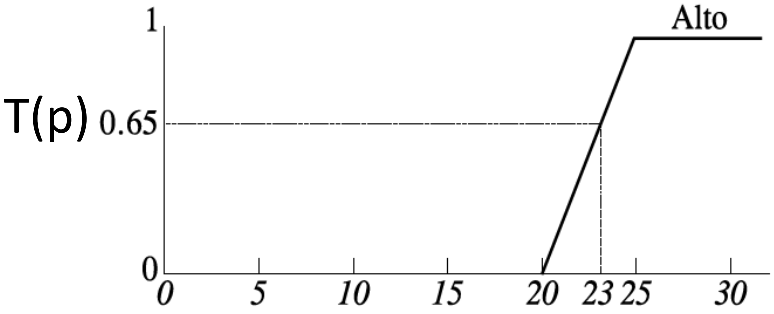
Proposiciones *p* que derivan de la variable lingüística.

p: "*X* es *A*" con *A* un valor lingüístico

Su grado de verdad T(p) se evalúa mediante una función de pertenencia:

p: "Temperatura es Alta". ¿Grado de verdad T(p) para una temperatura t=23?

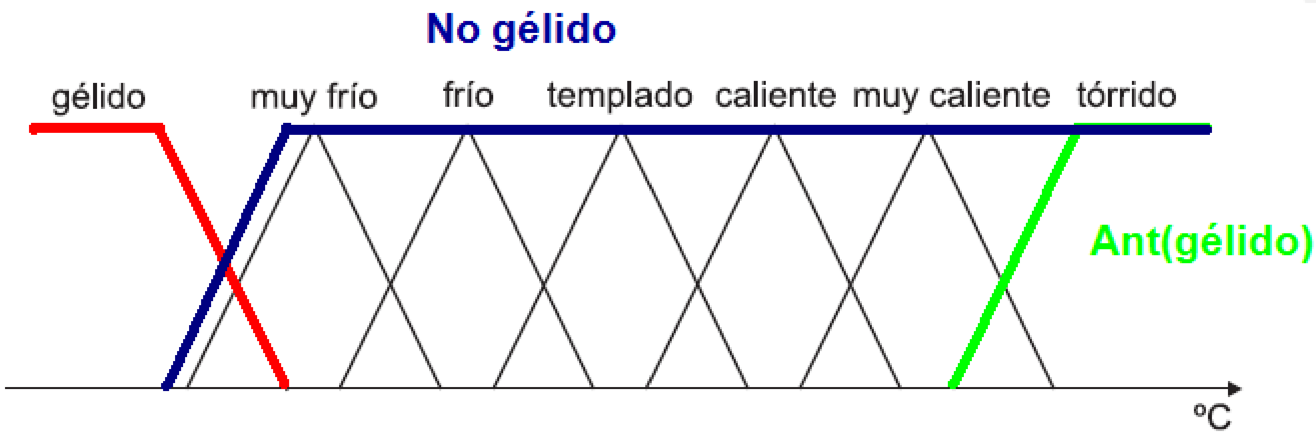
$$T(p) = \mu_{ALTA}(t)$$



De la CWN a la CWW (y la CWM)

La CWW es mucho mas que particiones, AND, OR y NOT

¿Los **antónimos**, por ejemplo?



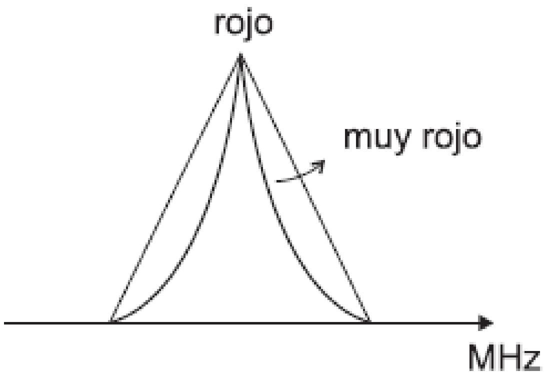
$$En\, U = [a,b], \quad (\mu_{ANT} \circ \mu_L)(u) = \mu_L(b+a-u)$$

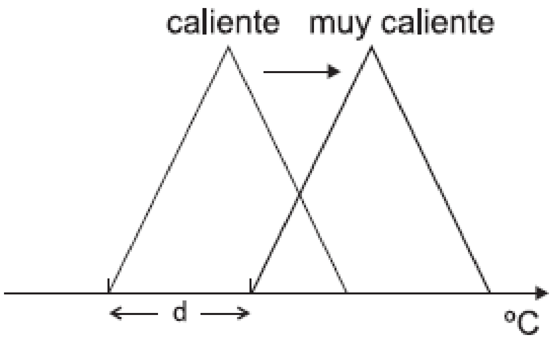
De la CWN a la CWW (y la CWM)

¿Los **modificadores**, por ejemplo?

MUY: más intensidad/especificidad

$$(\mu_{MUY} \circ \mu_L)(u) = \mu_L(u)^2$$





$$(\mu_{MUY} \circ \mu_L)(u) = \mu_L(u-d)$$

ALGO: menor intensidad/especificidad (sentido contrario)

$$(\mu_{ALGO} \circ \mu_L)(u) = \sqrt{\mu_L(u)}$$

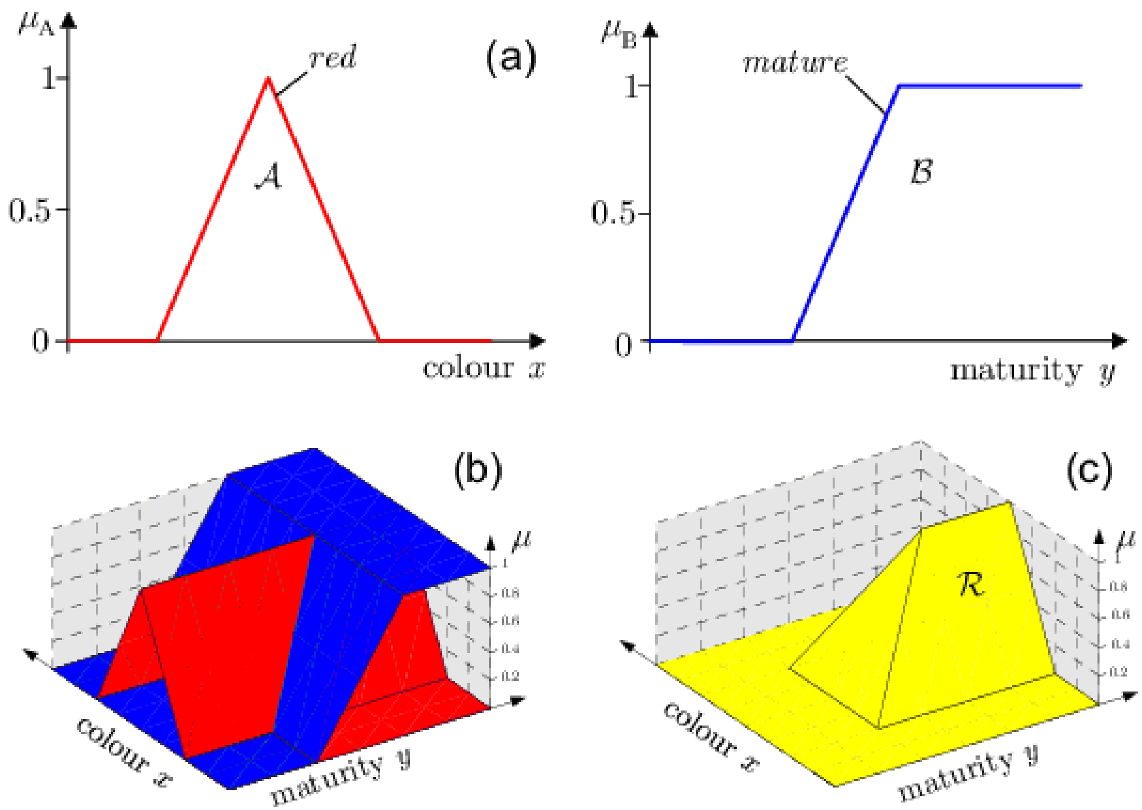
$$(\mu_{ALGO} \circ \mu_L)(u) = \mu_L(u+d)$$

De la CWN a la CWW (y la CWM)

Hasta ahora, en un único universo de discurso, pero pueden establecerse **relaciones**, que ligan **dos o más universos**.

Ejemplo: p:"tomate está rojo y maduro"

$$\mu(c,m)=\min(\mu_{ROJO}(c),\mu_{MADURO}(m))$$



CiTIUS

Una **relación borrosa** es un **conjunto** borroso definido en el **espacio producto cartesiano** de los respectivos universos.

Para cada tupla (par), la pertenencia indica el grado en que se cumple la relación.

Las relaciones pueden componerse, mediante la "**regla composicional**":

R	verde	normal	maduro
Naranja	1	0.5	0
Amarillo	0.3	1	0.4
rojo	0	0.2	1

Ejemplo: R: relación **color**-madurez

S: relación madurez-sabor

T:¿relación **color**-sabor?

T	amargo	insípido	dulce
Naranja	??	??	??
Amarillo	??	??	??
rojo	??	??	??

S	amargo	insípido	dulce
Verde	1	0.2	0
Normal	0.7	1	0.3
maduro	0	0.7	1

La regla composicional SUP- min permite calcular nuevas relaciones a partir de otras previas:

R(color, madurez) S(madurez, sabor) T(color, sabor)

$$T = R \circ S$$

$$\mu_T(color, sabor) = \underset{madurez}{SUP} \min(\mu_R(color, madurez), \mu_S(madurez, sabor))$$

R(c, m)	verde	normal	maduro
Naranja	1	0.5	0
Amarillo	0.3	1	0.4
rojo	0	0.2	1

S(m, s)	amargo	insípido	dulce
Verde	1	0.2	0
Normal	0.7	1	0.3
maduro	0	0.7	1

T(c, s)	amargo	insípido	dulce
Naranja	1	0.5	0.3
Amarillo	0.7	1	0.4
rojo	0.2	0.7	1

La regla composicional SUP- min permite calcular nuevas relaciones a partir de otras previas:

R(color, madurez) S(madurez, sabor) T(color, sabor)

$$T = R \circ S$$

$$\mu_T(color, sabor) = \underset{madurez}{SUP} \min\left(\mu_R(color, madurez), \mu_S(madurez, sabor)\right)$$

R(c, m)	verde	normal	maduro
Naranja	1	0.5	0
Amarillo	0.3	1	0.4
rojo	0	0.2	1

S(m, s)	amargo	insípido	dulce
Verde	1	0.2	0
Normal	0.7	1	0.3
maduro	0	0.7	1

T(c, s)	amargo	insípido	dulce
Naranja	1	0.5	0.3
Amarillo	0.7	1	0.4
rojo	0.2	0.7	1

La regla composicional SUP- min permite calcular nuevas relaciones a partir de otras previas:

R(color, madurez) S(madurez, sabor) T(color, sabor)

$$T = R \circ S$$

$$\mu_T(color, sabor) = \underset{madurez}{SUP} \min(\mu_R(color, madurez), \mu_S(madurez, sabor))$$

R(c, m)	verde	normal	maduro
Naranja	1	0.5	0
Amarillo	0.3	1	0.4
rojo	0	0.2	1

S(m, s)	amargo	insípido	dulce
Verde	1	0.2	0
Normal	0.7	1	0.3
maduro	0	0.7	1

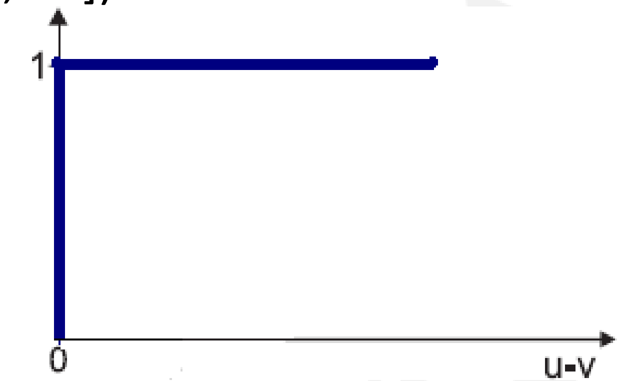
T(c, s)	amargo	insípido	dulce
Naranja	1	0.5	0.3
Amarillo	0.7	1	0.4
rojo	0.2	0.7	1

CiTIUS

La regla composicional permite dar **semántica consistente** a nuevos términos a partir de relaciones y términos:

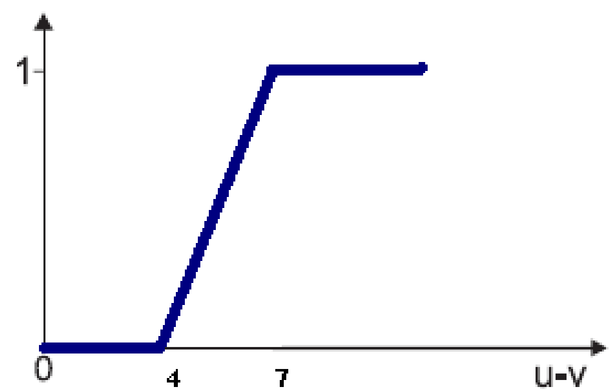
- Relación: “mayor que” (en [0, 10]x[0, 10])

$$\mu_{>}(u,v)$$



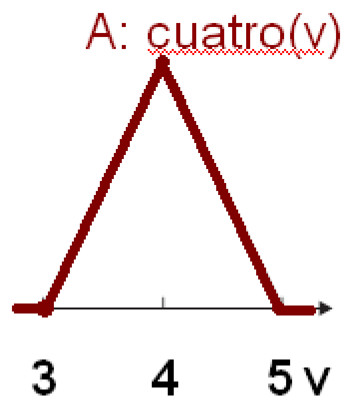
- Relación: “mucho mayor que” (en [0, 10])

$$\mu_{>>}(u,v)$$



Término: “cuatro”

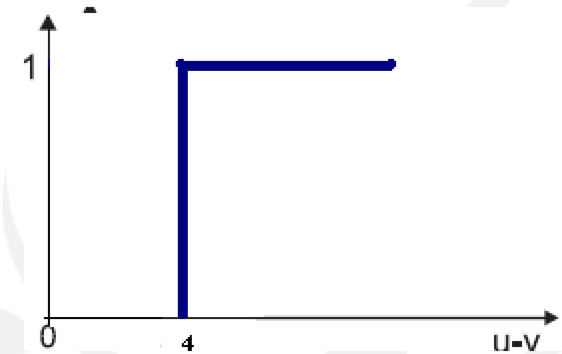
$\mu_4(v)$



Nuevos términos:

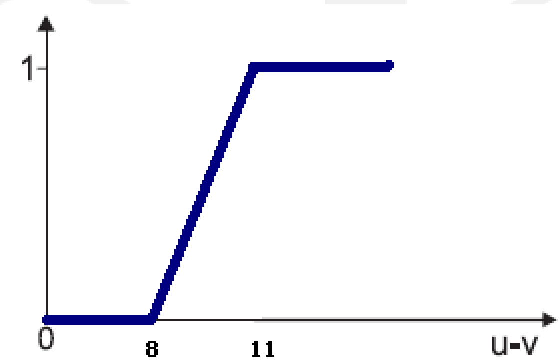
“mayor que cuatro”

$$\mu_{>4}(u) = \underset{v}{SUP}\min(\mu_{>}(u,v), \mu_4(v))$$



“mucho mayor que cuatro”

$$\mu_{>>4}(u) = \underset{v}{SUP}\min(\mu_{>>}(u,v), \mu_4(v))$$



Ampliando la expresividad…

cuantificación lingüística: incluyendo proposiciones cuantificadas incrementamos notablemente la expresividad de las reglas

Ejemplos:

"la mayoría de temperaturas fueron altas"

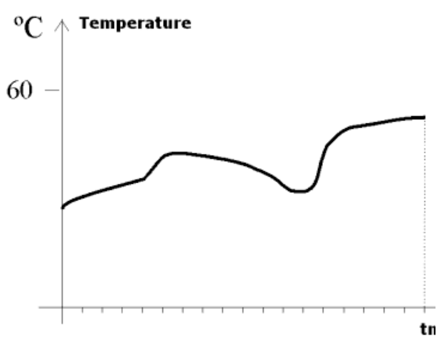
"la temperatura fue alta en la última media hora"

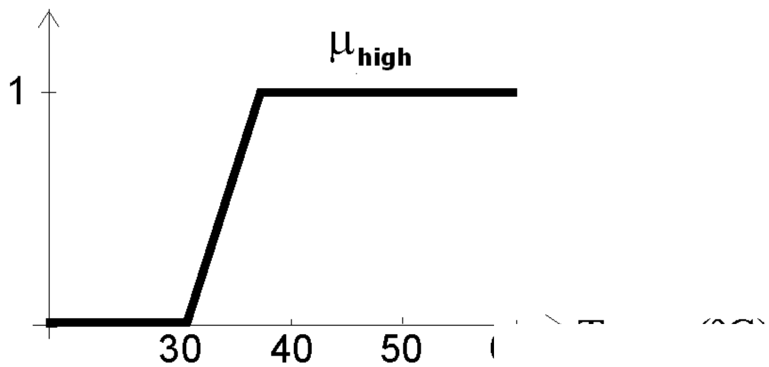
"la presión subió bastante poco después de una bajada de temperatura"

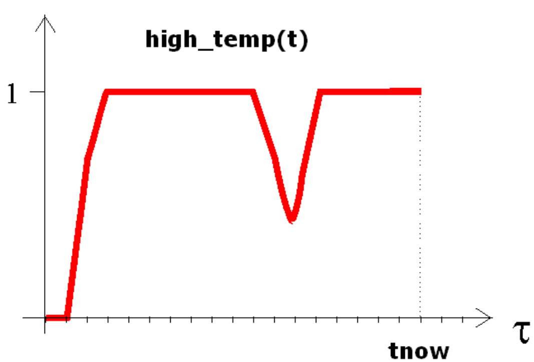
Papel central de las relaciones y los operadores de cuantificación

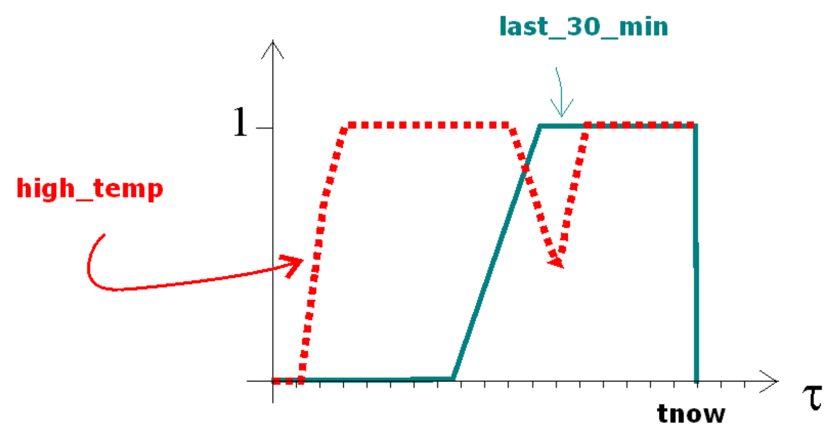
Necesidad de considerar la **ocurrencia de los eventos** en una **ventana temporal** y evaluar el grado de cumplimiento en ella

Ejemplo: “la temperatura fue alta en la última media hora”



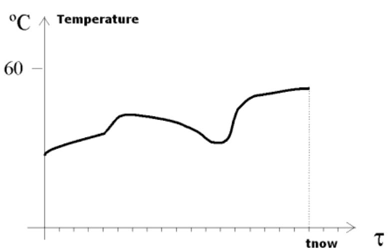


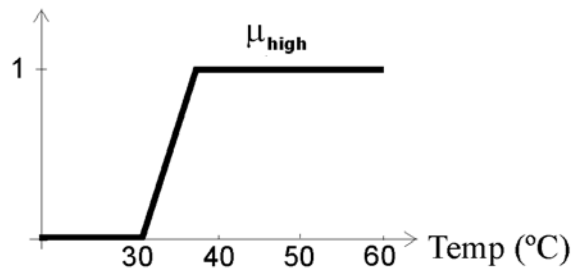


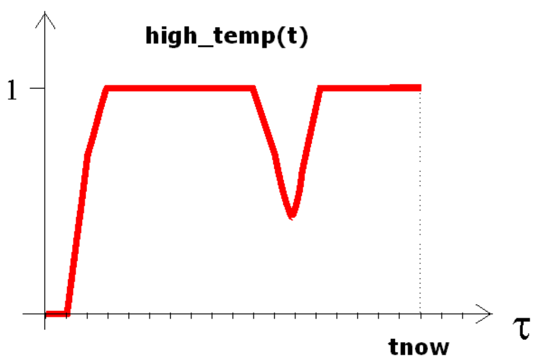


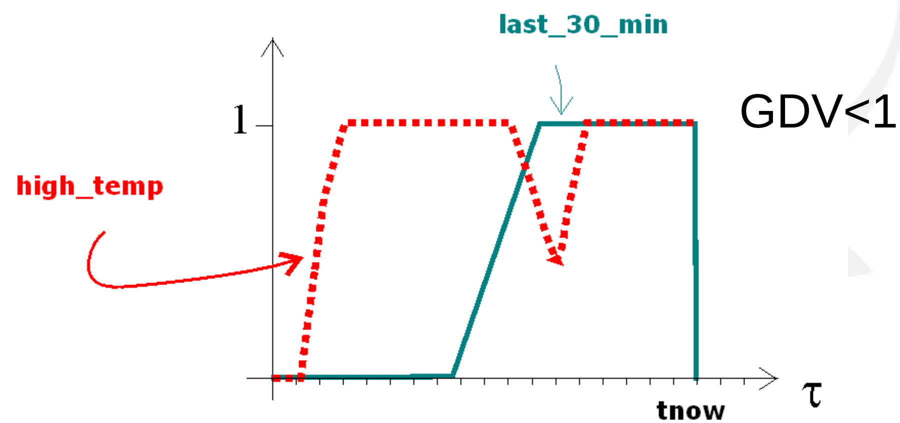
Pero si la proposición fuese…

“La temperatura fue alta <u>durante toda</u> la última media hora”



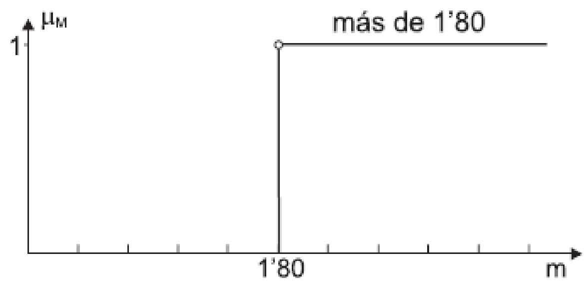


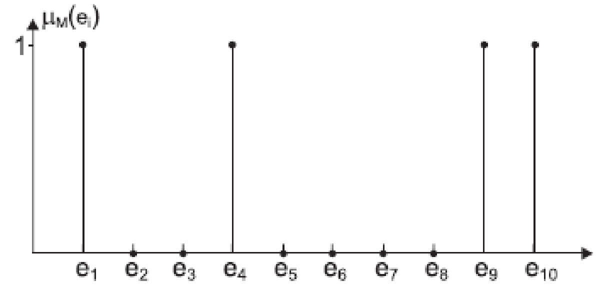




Hacen falta modelos de cuantificación, como el de Zadeh. $(\text{absoluto}) \quad card_E(A) = \sum_{e \in E} \mu_A(e)$

Ejemplo: “aproximadamente cinco personas miden mas de 1,80m”

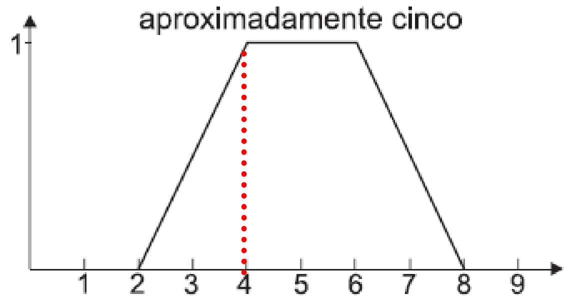




$$card_E(A) = 4$$

Modelo de Zadeh

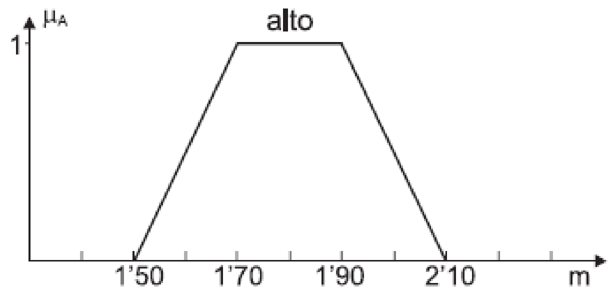
$$\mu_Q(card_E(A)) = 1$$

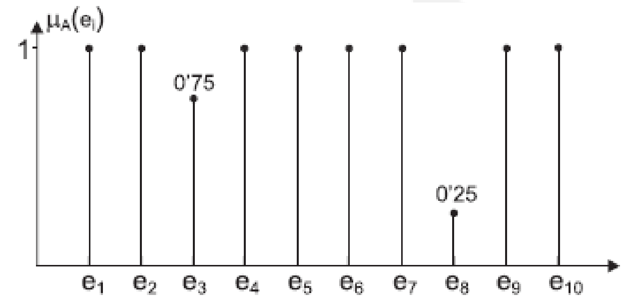


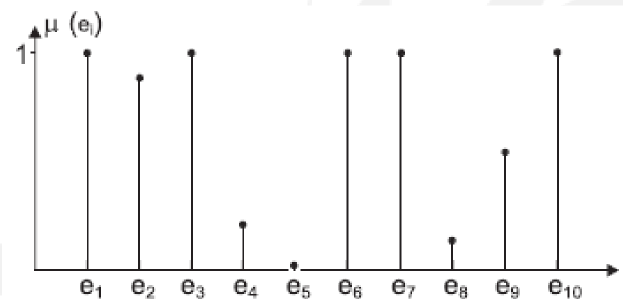
Hacen falta modelos de cuantificación, como el de Zadeh.

$$card_E(A/J) = \frac{\sum_{e \in E} T(\mu_A(e), \mu_J(e))}{\sum_{e \in E} \mu_J(e)}$$

Ejemplo: “una gran mayoría de personas jóvenes son altas”

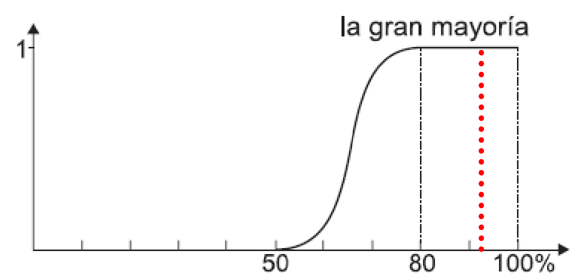






$$\mu_J = 1/e_1 + 0{,}9/e_2 + 1/e_3 + 0{,}3/e_4 + 0/e_5 + \ldots$$
$$\ldots + 1/e_6 + 1/e_7 + 0{,}1/e_8 + 0{,}6/e_9 + 1/e_{10}$$

$$\mu_Q\left(\frac{6{,}65}{6{,}9}\right) = \mu_Q(0{,}9638) = 1$$



Razonando

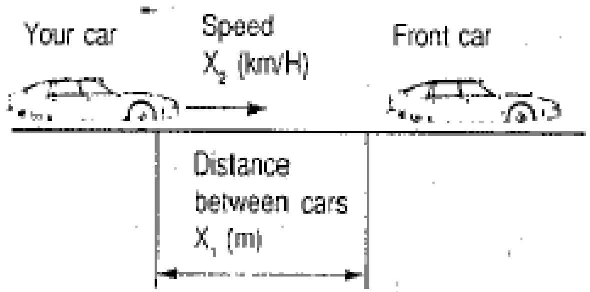
Un uso importantísimo de las **relaciones** es en la representación de las sentencias **condicionales** borrosas, fundamentales para el **razonamiento**

Ejemplo: Regla r-ésima de un sistema

SI LA TEMPERATURA ES ALTA, EL VOLUMEN ES GRANDE

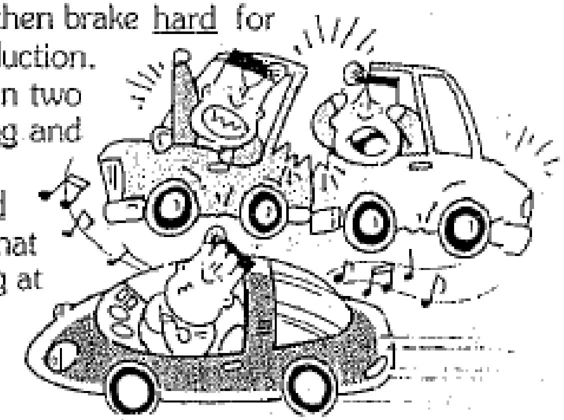
Razonando

Fig. 6 Hypothetical Case of Driving



Rule 1: If the distance between two cars is <u>short</u> and the car speed is <u>high</u>, then brake <u>hard</u> for substantial speed reduction.

Rule 2: If the distance between two cars is <u>moderately long</u> and the car speed is <u>high</u>, brake <u>moderately hard</u> (under the condition that the front car is moving at a constant speed).



$$\mu_R(d, v, f)$$

Razonando

Hay diversos modelos para R (tema de diseño):

$$\mu_R(t,v) = I(\mu_A(t), \mu_G(v))$$

Condicional material: $I(a,b) = S(n(a), b)$

Residuación: $I(a,b) = sup\{c \in [0,1] |\ T(a,c) \leq b\}$

QL-implicación: $I(a,b) = S(n(a), T(a,b))$

Mamdani: $I(a,b) = \min(a,b)$

Razonando

Tabla 1.2: Algunas implicaciones multivaluadas

Nombre	**Forma**	**Tipo**	**Propiedades**
Kleene-Dienes	$max(1-a, b)$	S-implicación ($S = max$) QL-implicación ($S = min(1, a+b)$)	I1-I8,I11-I12
Reichenbach	$1 - a + ab$	S-implicación ($S = a + b - ab$)	I1-I8,I11-I12
Łukasiewicz	$min(1, 1-a+b)$	S-implicación ($S = min(1, a+b)$) R-implicación ($T = max(0, a+b-1)$)	I1-I12
Gödel	1 si $a \leq b$ b si $a > b$	R-implicación ($T = min$)	I1-I10
Goguen	1 si $a = 0$ $max(1, b/a)$ si $a \neq 0$	R-implicación ($T = producto$)	I1-I10,I12
Zadeh	$max(1-a, min(a, b))$	QL-implicación ($S = max$)	I1,I3,I6,I12

Razonamiento borroso: regla composicional **de inferencia**

- Observación: X es A’
- Regla: SI X es A ENTONCES Y es B

CONDICIÓN:	Si X es A	entonces	Y es B
OBSERVACIÓN:	X es A′		
CONCLUSIÓN:			Y es B′

$$B' = A' \circ R$$

$$\mu_{B'}(v) = \underset{u}{SUP} \min\left(I\left(\mu_A(u), \mu_B(v)\right), \mu_{A'}(u)\right)$$

“modus ponens generalizado”

Generalización del “modus ponens” clásico

CONDICIÓN:	Si X es A	entonces	Y es B
OBSERVACIÓN:	X es A		
CONCLUSIÓN:			Y es B

donde “solo” se obtienen conclusiones cuando el antecedente de la regla y el valor observado coinciden

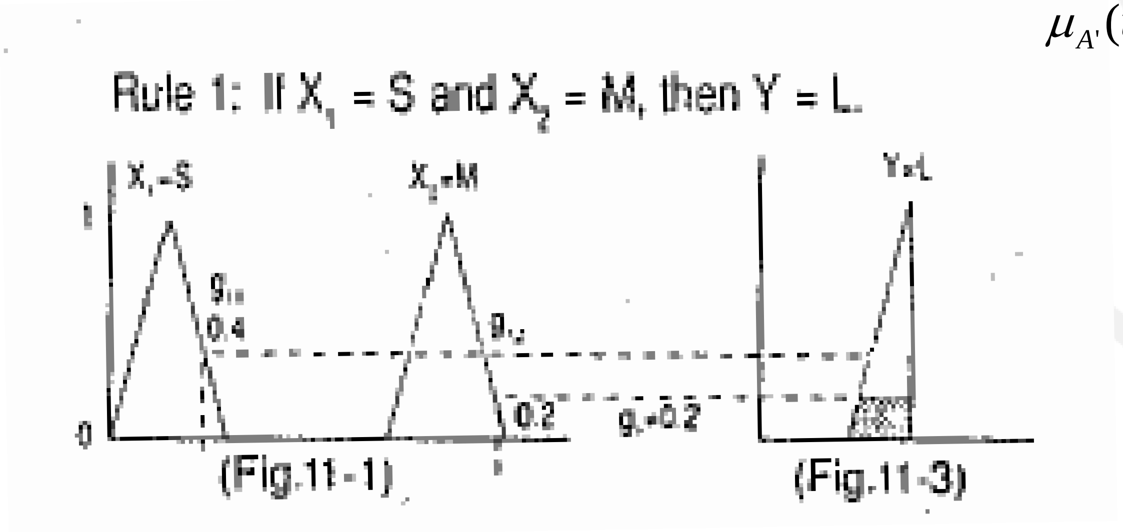
Ejemplo gráfico, usando el condicional de Mamdani

$$I(a,b) = \min(a,b)$$

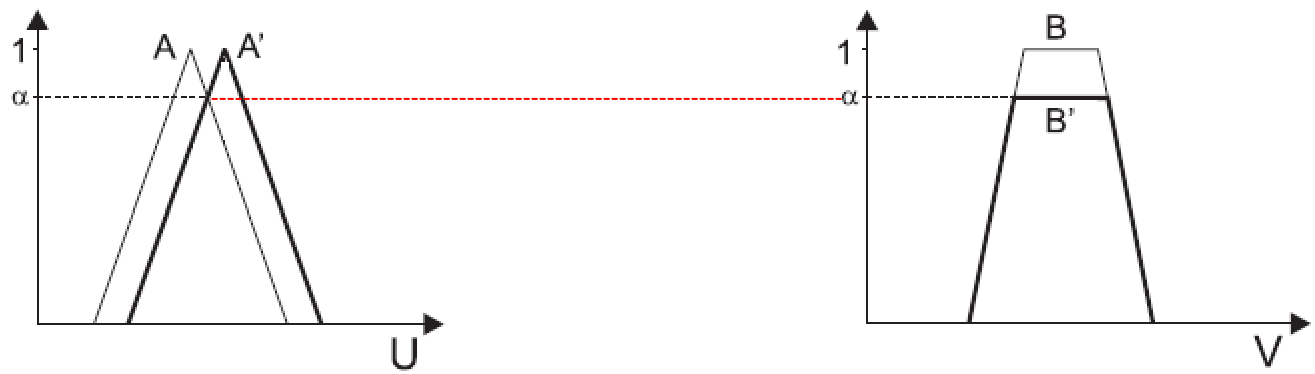
$$\mu_{B'}(v) = \underset{u}{SUP}\min\left(\min\left(\mu_A(u), \mu_B(v)\right), \mu_{A'}(u)\right)$$
$$= \min\left(\mu_B(v), \underset{u}{SUP}\min\left(\mu_A(u), \mu_{A'}(u)\right)\right)$$

Si, como es el caso, la entrada A’ es un valor numérico (“singleton”)

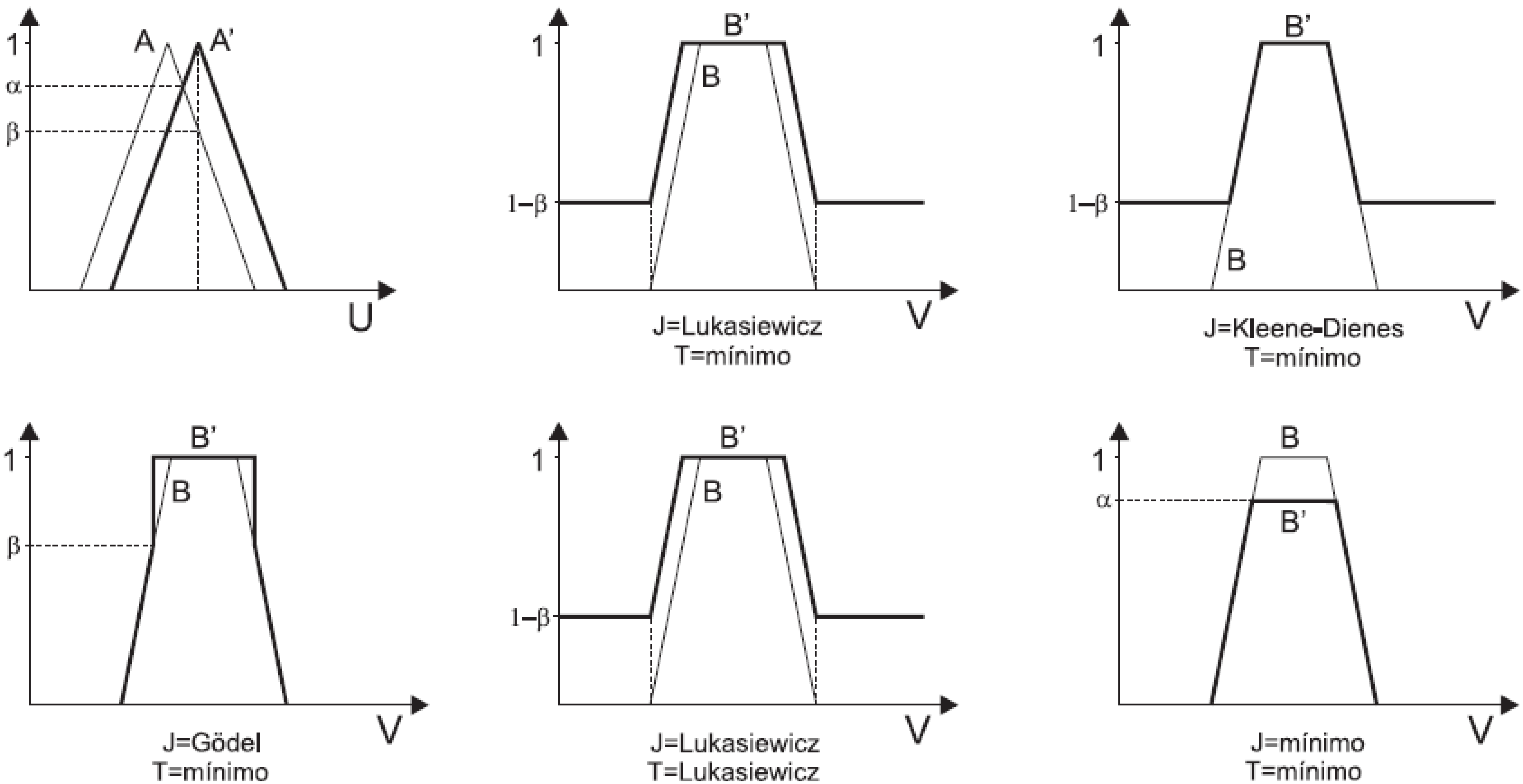
$$\mu_{A'}(u) = \begin{cases} 1 & u = u_0 \\ 0 & u \neq u_0 \end{cases}$$



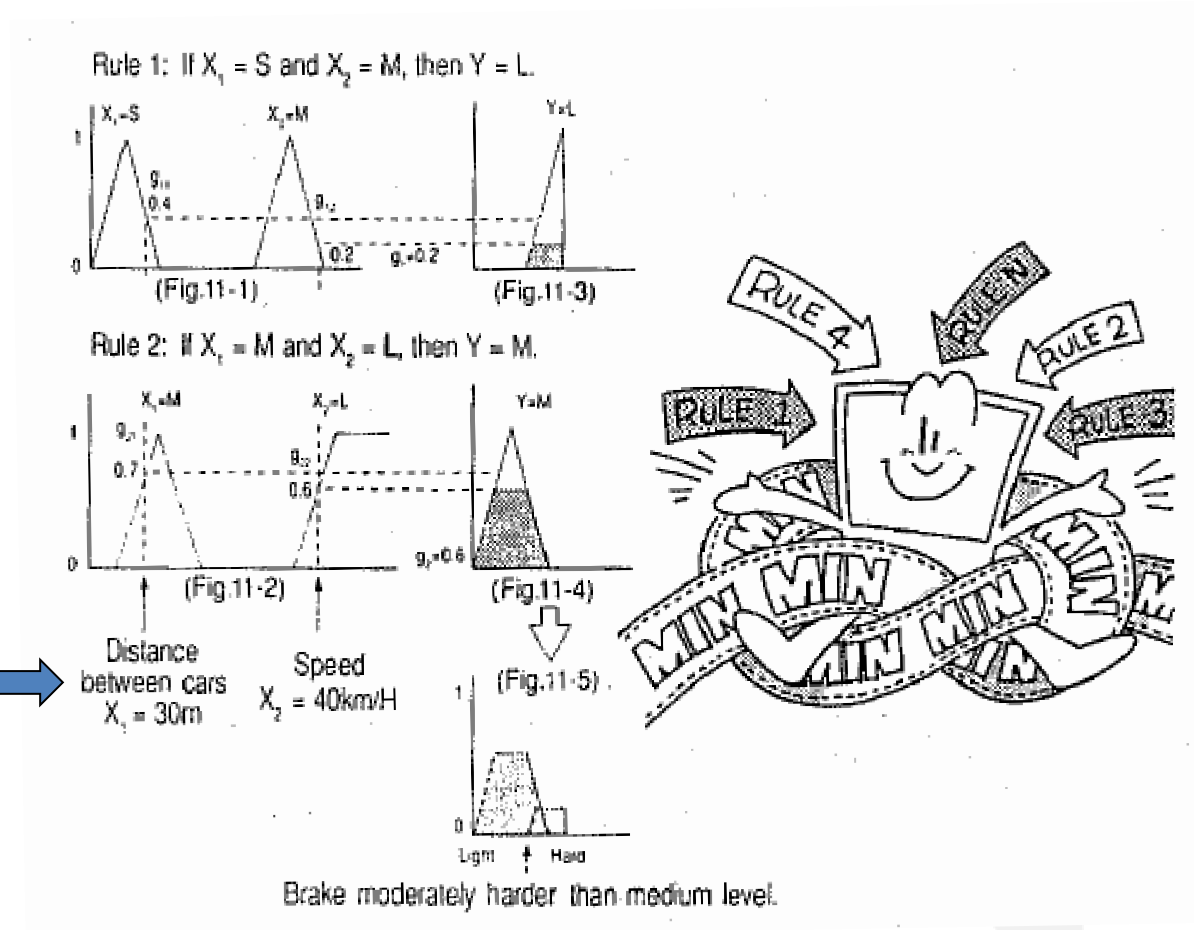
Si la entrada A’ es un valor impreciso



Otros condicionales producen resultados numéricamente distintos



- Si hay mas de una regla es necesario agregar los resultados del consecuente

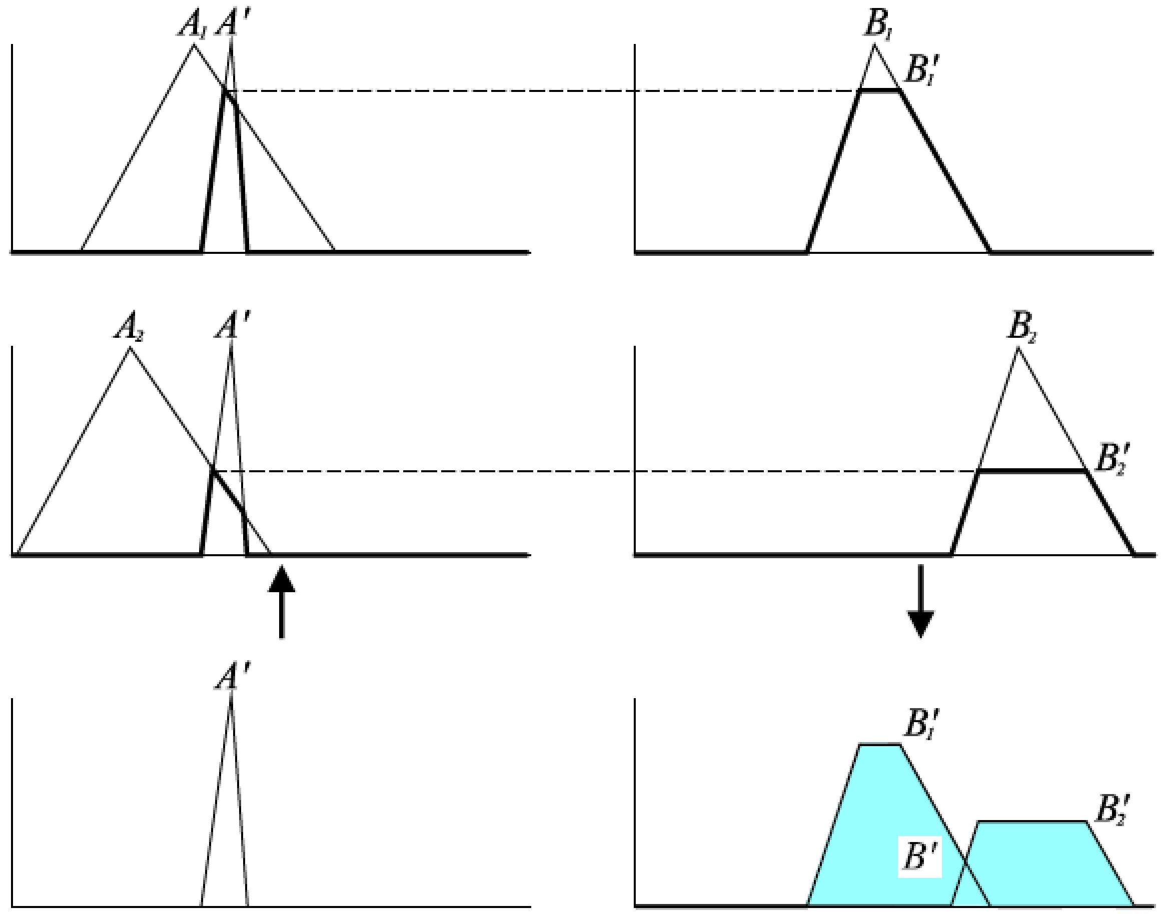


observación

inferencia

Si hay mas de una regla es necesario agregar los resultados del consecuente

$$B' = \bigcup_{n=1}^{N} \left(A' \circ R_n \right)$$



observación

inferencia

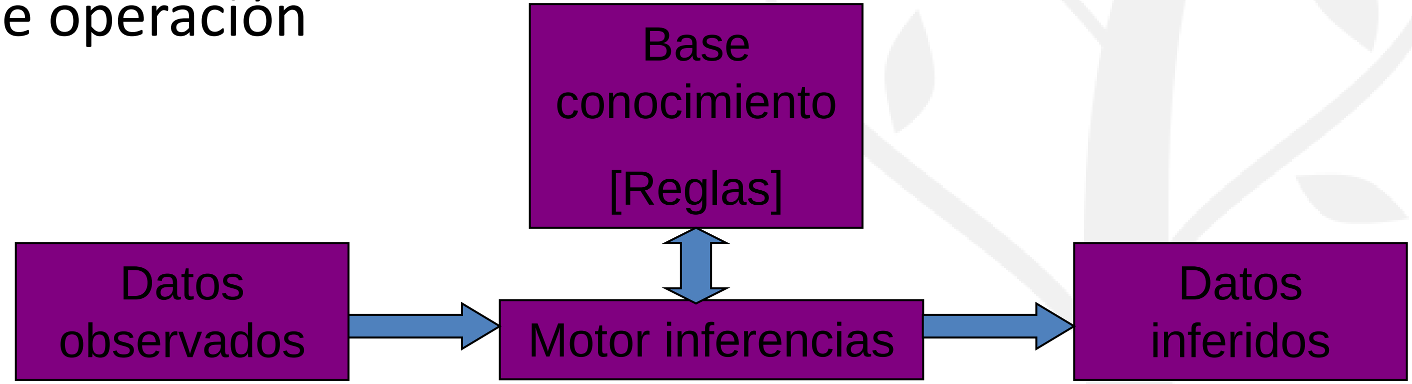
Diseño de un sistema basado en conocimiento borroso:

- Definición de particiones
- Selección de operadores: Y, O, NO, AGREGACIÓN, CONDICIONAL
- Número de antecedentes
- Número de reglas

Tarea de extracción de conocimiento

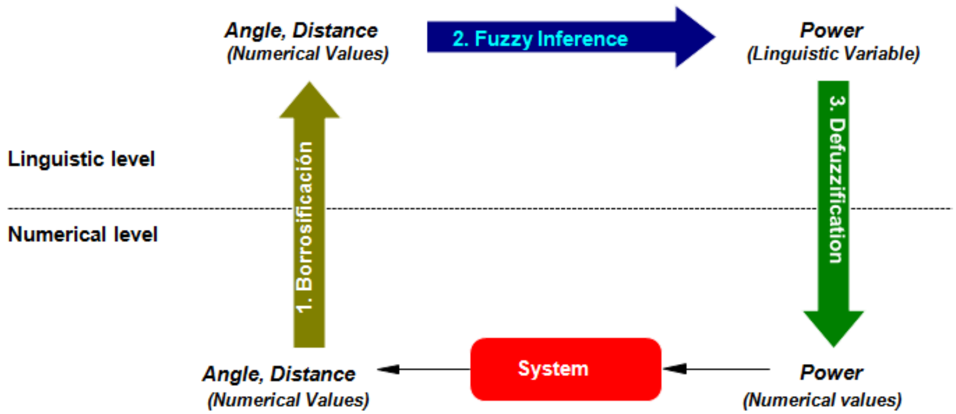
- Facilitado por expertos
- Inducción a partir de conjuntos de datos de ejemplo

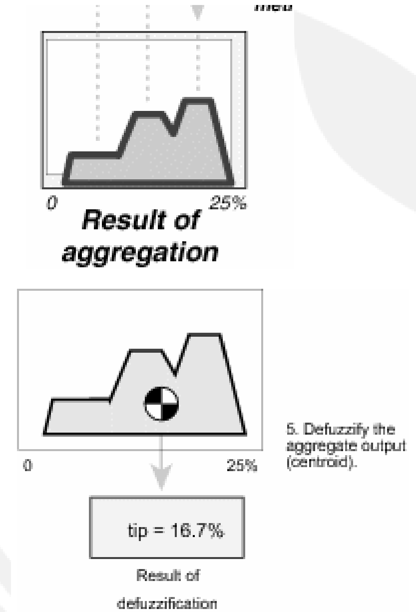
Arquitectura de operación



Si la salida debe ser numérica es necesaria una última etapa: desborrosificación

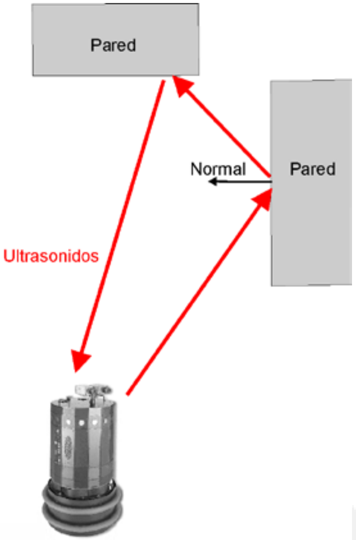
– Caso de los sistemas de control

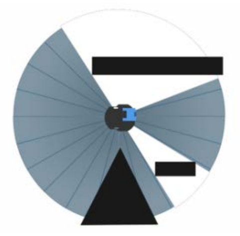


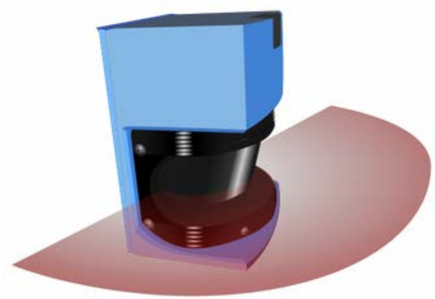


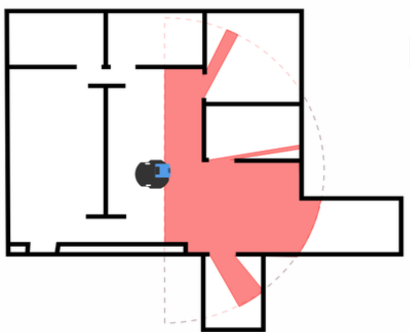
¿Razonar?¿Para qué?

- Sistemas de control en robótica móvil
  - Fuentes de incertidumbre sensorial
    - Ultrasonidos
    - Láser









- Sistemas de control en robótica móvil
  - Localización incorrecta
  - Errores de posición
  - Incertidumbre en obstáculos (paredes, objetos móviles)

- Robot-guía URBANO (DISAM, UPM)
  - Localización y navegación: el problema técnico (balizas, …)
  - Interacción con los usuarios: problema social/comunicativo:
    - Sistema de habla, gestión de diálogos, expresiones.
    - Feria Indumática
    - Ciudad de las Artes y las Ciencias de Valencia
    - Visita Web
- Guiado automático de vehículos:
  - Proyecto AUTOPIA (Centro de Automática y Robótica, CSIC)
    - Circuito cerrado
    - Evitación obstáculos
    - Frenazo
    - Circuito abierto
    - Prueba de alta velocidad

Asistentes virtuales: ¿superando el test de Turing? ☺

Sistemas conversacionales orientados a un dominio específico (formación, información, ocio, …)

incluyen técnicas de

- procesado del lenguaje natural
- reconocimiento y síntesis de voz

Algunos ejemplos

- Paciente virtual (Univ. Granada)
  - Univ. Granada: ELVIRA
  - Soluciones virtuales

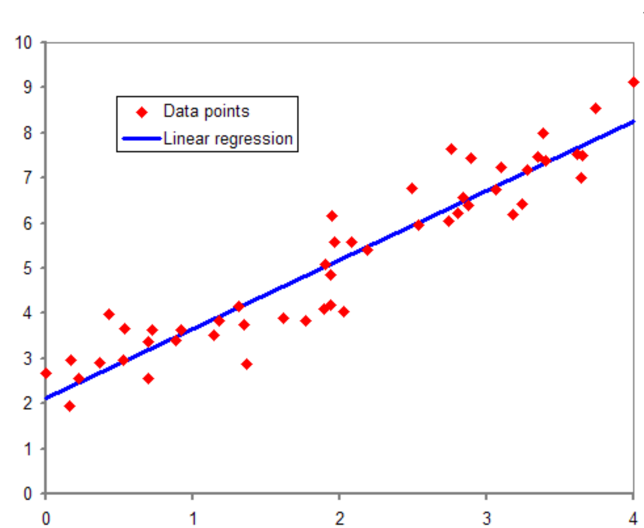
Virtual Solutions

Predicción/Regresión: definición de reglas que formalizan el conocimiento sobre una estimación

obtención: a partir de conocimiento experto o inducidas a partir de datos

Ejemplos: regresión lineal

mínimos cuadrados



regresión reglas TSK

IF “X1 ES A1” Y … Y “Xn ES An” THEN Y=f(x1,…, xn)

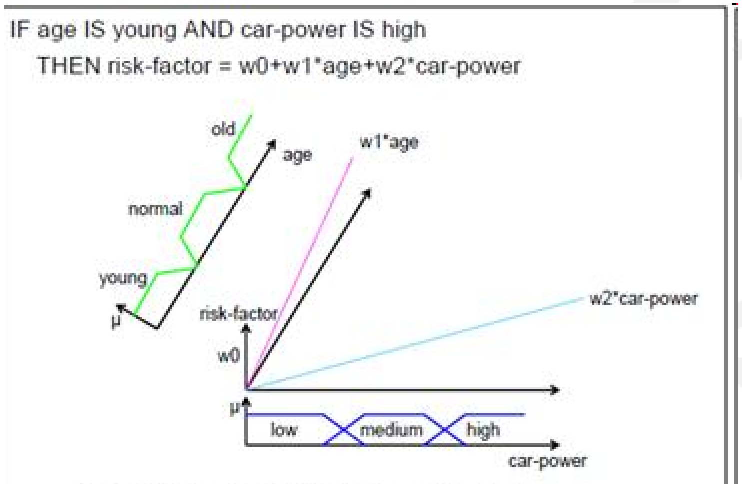


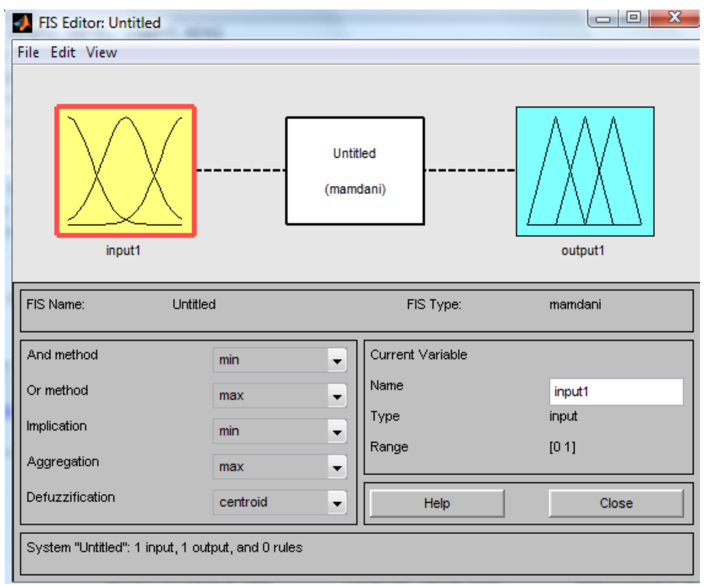
FIG 2.4: Illustration of Takagi-Sugeno-(Kang) rule

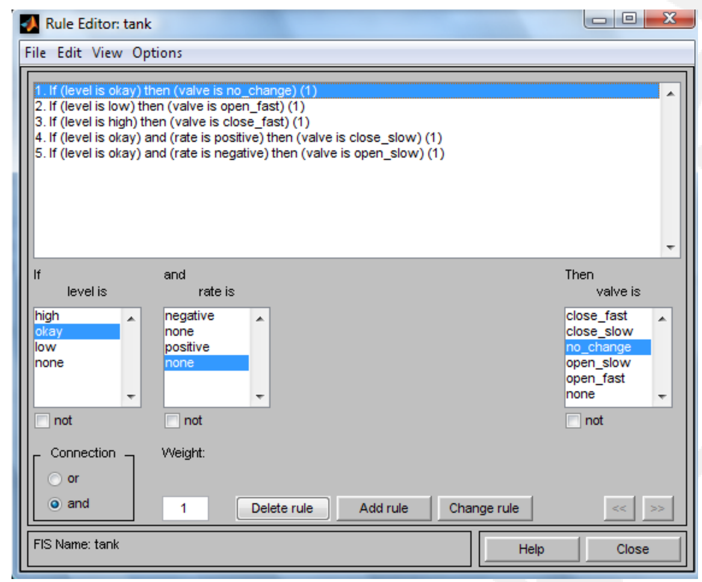
¿Razonar?¿Con qué?

Software de diseño de Sistemas Basados en Reglas Borrosas:

Matlab Fuzzy Logic Toolbox (The Mathworks) www.mathworks.com

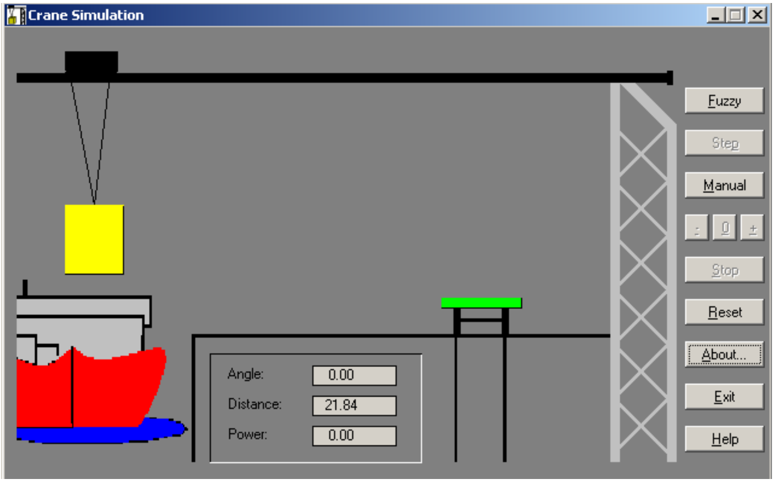
FuzzyTech (Inform) www.fuzzytech.com

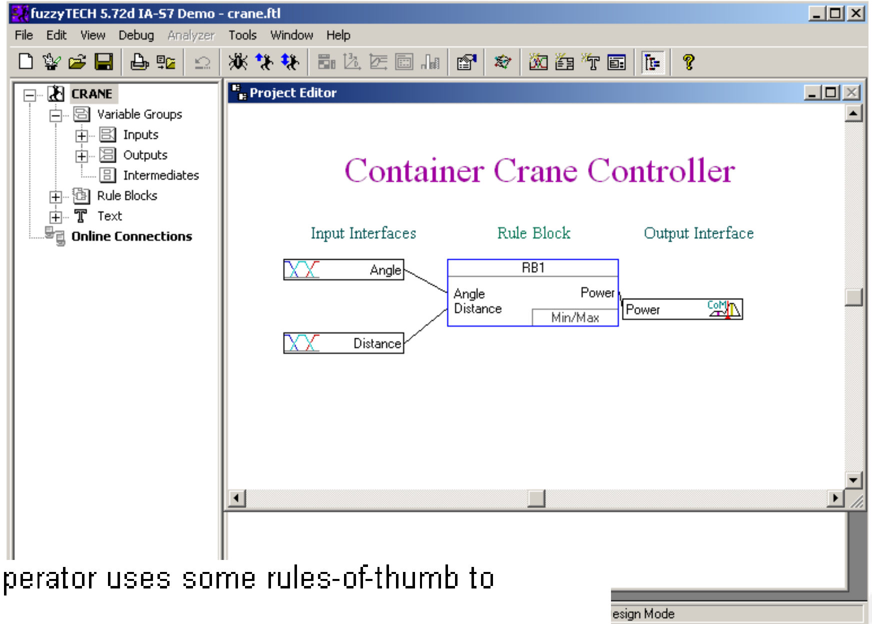




¿Razonar?¿Con qué?

FuzzyTech (Inform)



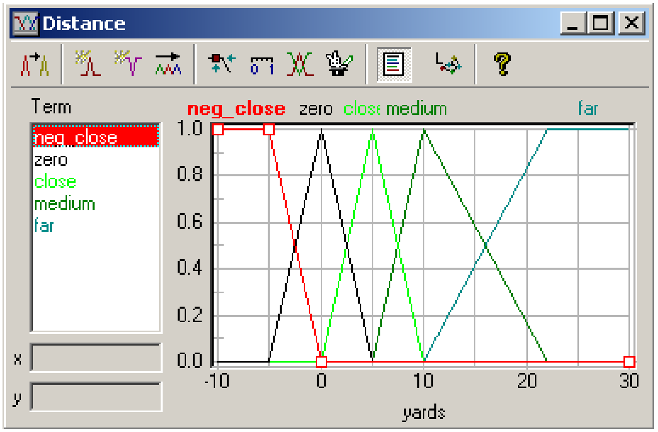


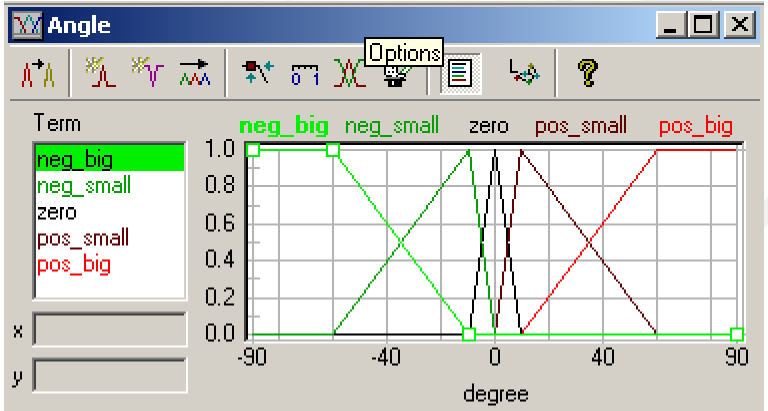
The analysis of the operator's actions reveals that the operator uses some rules-of-thumb to describe the control strategy:

- Start with medium power.
- When the container is far away from target, adjust the motor power so that the container gets a little behind the crane head.
- When the container is close to the target, reduce speed so the container gets a little ahead of the crane head.
- When the container is very close to target position, power up the motor.
- When the container is over the target and the sway is zero, stop the motor.

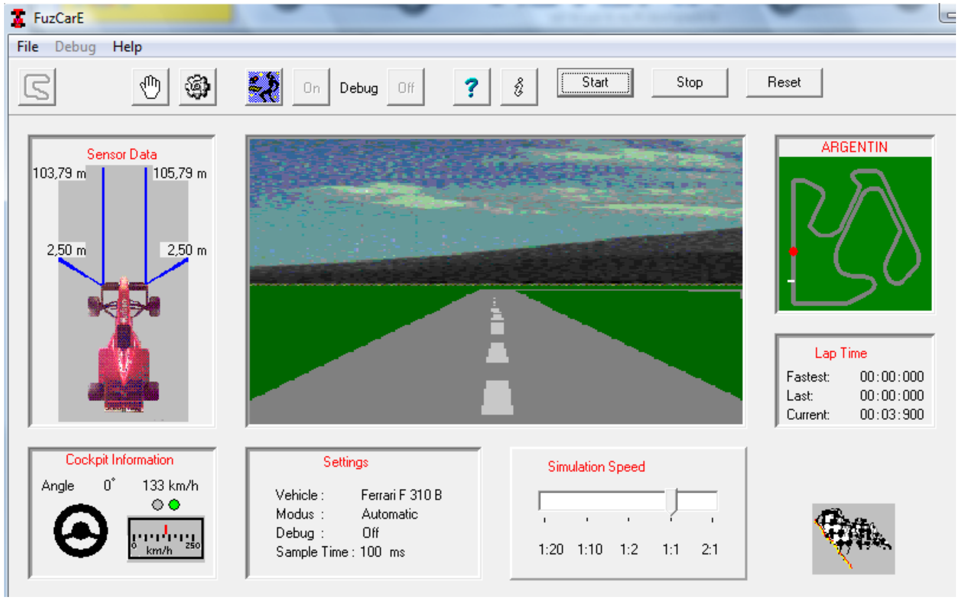
FuzzyTech (Inform)

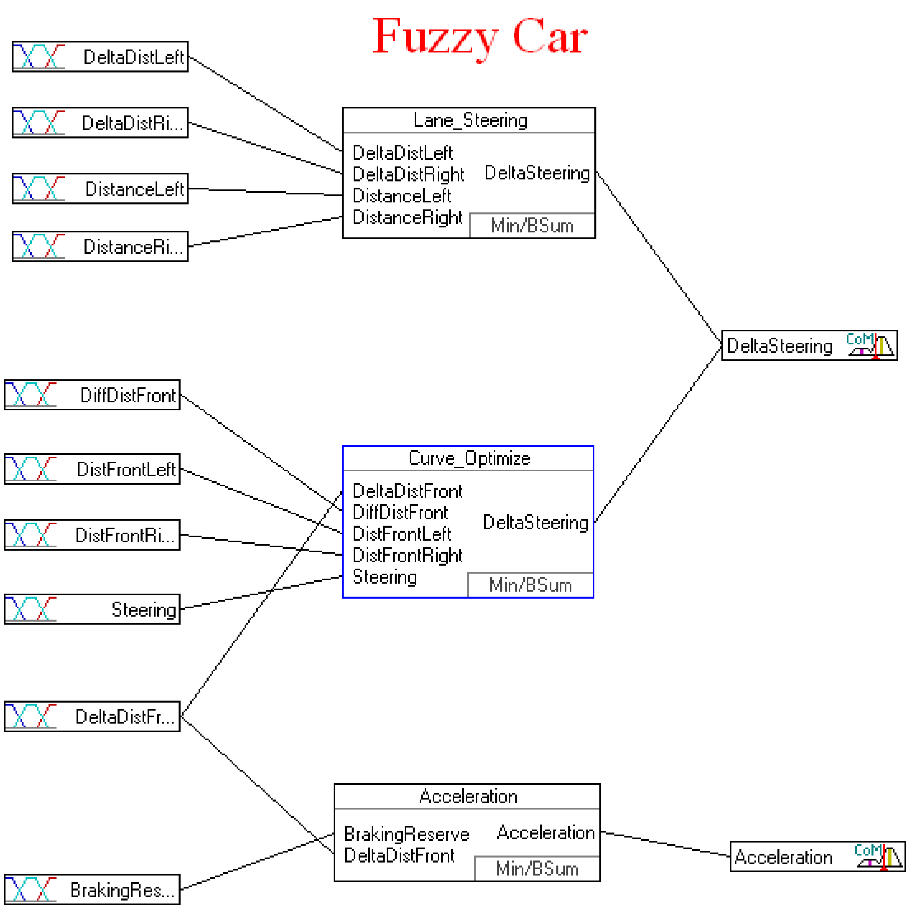
#	IF		THEN	
	Angle	Distance	DoS	Power
1	pos_small	zero	1.00	neg_medium
2	zero	zero	1.00	zero
3	pos_small	close	1.00	neg_medium
4	zero	close	1.00	zero
5	neg_small	close	1.00	pos_medium
6	neg_small	medium	1.00	pos_high
7	neg_big	medium	1.00	pos_medium
8	zero	far	1.00	pos_medium
9	neg_small	far	1.00	pos_high





FuzzyTech (Inform)





Algunas referencias divulgativas:

– A. Cerezo, "Aplicaciones de la lógica borrosa". Automática e Instrumentación, 216, 113-119, 1991

– Omron Electronics, "Clearly Fuzzy", 1991.

Algunas referencias básicas:

- J.T. Palma, R. Marín. Inteligencia Artificial: técnicas, métodos y aplicaciones. Ed. McGraw-Hill, 2008. Capítulo 7 "Conjuntos borrosos":
- Curso introductorio de conjuntos y sistemas difusos. José Galindo, Univ. De Málaga. www.lcc.uma.es/~ppgg/FSS/
- J.M. Mendel. "Fuzzy logic systems for engineering: a tutorial". Proceedings of the IEEE, 83, 3, 345-377, 1995.

Enlaces:

- Robot URBANO
  http://www.disam.upm.es/~control/Gallery/Urbano/Index.html
- Proyecto AUTOPIA
  http://www.car.upm-csic.es/autopia/
- Asistentes virtuales
  http://www.solucionesvirtuales.es

Herramientas software:

- Matlab Fuzzy Logic Toolbox User’s guide.
  www.mathworks.es/products/fuzzy-logic/
- Inform Fuzzytech.
  www.fuzzytech.com/

¡MUCHAS GRACIAS!

¿CUESTIONES?

Sistemas difusos

Cómo las máquinas imitan el razonamiento impreciso humano

Alberto J. Bugarín Diz

Centro Singular de Investigación en Tecnoloxías da Información

UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

EVIA - Escuela de Verano AEPIA

A Coruña, 3-5 septiembre 2014